



PEMAHAMAN MAHASISWA TERHADAP OBJEK MATEMATIKA: KASUS PADA TEORI GRUP

¹⁾Ponco Sujatmiko, ²⁾Dyah Ratri Aryuna
^{1,2)}Jl. Ir. Sutami No. 36A Kertaning, Surakarta, Jawa Tengah
dyahratri@staff.uns.ac.id

Abstract

Received :
3/07/2023

Accepted :
10/07/2023

Published :
17/07/2023

The aim of this research is to describe students' understanding of the objects studied in group theory, namely objects that have meaning in a context and objects that have no meaning. Understanding objects in group theory is very important because it is an initial requirement for further study of group theory. This research is qualitative research. The subjects in this research were two students in the fourth semester of the Mathematics Education Study Program, FKIP UNS. Data was obtained from observations in lectures, lecture notes and written test results. The results of the research show that students' understanding of mathematical objects that have meaning in a context and those that do not have meaning tends to be relational understanding. Subjects can determine the outcome of a problem and can also explain the reasons for the answer. This can be seen from what students do, namely: (i). Mention one member of the set to show that the set is non-empty with an illustration, (ii). Claiming one of the members of the set is an and testing it using the definition of an identity element, (iii). Examining one by one or any member of the set and claiming the inverse element by testing it using the inverse definition

Keywords: Understanding objects, identity element, inverse, group theory

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan pemahaman mahasiswa pada objek yang dipelajari di teori grup, yaitu objek yang mempunyai makna dalam suatu konteks maupun objek yang tidak mempunyai makna. Pemahaman objek dalam teori grup menjadi sangat penting karena merupakan syarat awal untuk mempelajari teori grup selanjutnya. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif. Subjek dalam penelitian ini adalah dua mahasiswa semester IV Program Studi pendidikan Matematika FKIP UNS. Data diperoleh dari pengamatan dalam perkuliahan, catatan kuliah dan hasil ujian tes tertulis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa pada objek matematika yang mempunyai makna dalam suatu konteks maupun yang tidak mempunyai makna cenderung pada pemahaman relasional. Subjek dapat menentukan penyelesaian dari suatu masalah sekaligus dapat menjelaskan alasan dari jawabannya. Hal ini tampak dari yang dilakukan mahasiswa, yaitu: (i). Menyebutkan salah satu anggota himpunan untuk menunjukkan himpunan tak kosong disertai ilustrasi, (ii). Mengklaim salah satu anggota himpunan yang menjadi unsur identitas dan mengujinya dengan menggunakan definisi unsur identitas, (iii). Memeriksa satu persatu atau sebarang anggota himpunan dan mengklaim unsur inversnya dengan mengujinya menggunakan definisi invers.

Kata Kunci: pemahaman objek, unsur identitas, invers, teori grup

1. Pendahuluan

Salah satu pengertian matematika seperti yang disampaikan Keith Devlin, dalam Findell (2001), bahwa Matematika adalah ilmu tentang keteraturan, pola struktur dan hubungan logis. Keith Devlin mengklaim bahwa setiap orang mempunyai bawaan kemampuan mengerjakan matematika karena fitur otak yang memungkinkan kita mengerjakannya. Matematika adalah fitur yang sama yang memungkinkan kita menggunakan bahasa. Dengan kata lain matematika adalah bahasa yang dipakai

seseorang untuk menyampaikan gagasan matematik. Menurut R Soedjadi (2000), matematika mempunyai beberapa karakteristik yaitu (a) memiliki kajian objek yang abstrak, (b). bertumpu pada kesepakatan, (c). Berpola pikir deduktif, (d). Memiliki simbol yang kosong arti, (e). Memperhatikan semesta pembicaraan, dan (f). Konsisten dalam sistemnya. Karakteristik matematika ini mengisyaratkan bahwa diperlukan pemahaman yang baik untuk dapat menguasai matematika.

Pemahaman adalah kemampuan untuk menyelesaikan masalah yang sedang dihadapi sehingga menemukan sebuah solusi. Pemahaman adalah kemampuan seseorang dalam memahami arti atau konsep, situasi serta fakta yang diketahuinya, artinya ia tidak hanya hafal secara verbalitas tetapi secara operasional menyajikan kembali dengan bahasanya sendiri, menjelaskan, memberi contoh, membedakan, menginterpretasikan, memperkirakan terkait konsep-konsep matematika, operasi, dan relasi dalam matematika (Utomo, 2020). Terkait dengan pengertian pemahaman tersebut, Darminto (2009) , menyampaikan indikator pemahaman konsep sebagai berikut: (1) menyatakan atau menjelaskan ulang sebuah konsep, (2) mengklasifikasikan sifat-sifat tertentu, (3) memberi contoh, (4) merepresentasikan konsep, (5) menggunakan konsep untuk menyelesaikan masalah.

Skemp. R. (1987) mengkategorikan dua pemahaman, yaitu pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional terjadi apabila responden dapat menentukan hasil dari suatu masalah sekaligus dapat menjelaskan alasan dari jawabannya. Sedangkan pemahaman instrumental terjadi apabila responden hanya dapat menemukan hasil dari suatu masalah tetapi tidak dapat menjelaskan alasan dari jawabannya. Pada tahap pemahaman relasional ini responden dapat memahami dua hal secara bersamaan yaitu apa dan mengapa. Lebih lanjut Skemp (2006) dalam Utomo (2020) mengungkapkan pemahaman instrumental didefinisikan sebagai “aturan tanpa alasan” atau dengan kata lain kemampuan seseorang menggunakan prosedur matematik untuk menyelesaikan suatu masalah tanpa mengetahui mengapa prosedur itu digunakan, dalam hal ini seseorang hanya memahami urutanpengerjaannya atau algoritmanya. Pemahaman relasional didefinisikan sebagai “mengetahui apa yang dilakukan dan mengetahui alasannya” atau dengan kata lain kemampuan menggunakan suatu aturan dengan penuh kesadaran mengapa ia menggunakan aturan tersebut, pada tahapan tingkatan ini seseorang tidak hanya sekedar tahu dan hapal tentang sesuatu hal tetapi juga mengetahui bagaimana dan mengapa hal itu dapat terjadi.

Grup merupakan salah satu bahasan yang dipelajari dalam kuliah teori grup. Objek-objek dalam teori grup sangat beragam, dari objek-objek matematika yang telah lazim dikenal seperti: bilangan, bilangan bulat modulo, matriks, dan fungsi sampai pada objek-objek yang kosong arti (apriori). Bahkan objek-objek yang kosong arti itulah yang menjadi fokus pembahasan. Dengan demikian, dalam mempelajari hubungan antar objek dalam teori grup diperlukan penalaran yang baik. Pinter, C.C. (2010) mendefinisikan secara formal bahwa grup adalah himpunan tak kosong G beserta operasi $*$ (dinotasikan $(G,*)$) yang memenuhi aksioma (i) operasi $*$ bersifat asosiatif. (ii) Ada unsur e di G sehingga $a * e = a$ dan $e * a = a$ untuk setiap unsur a di G . (iii) Untuk setiap unsur a di G , terdapat unsur a^{-1} di G sehingga $a * a^{-1} = e$ dan $a^{-1} * a = e$. Jika tidak menimbulkan kerancuan $(G,*)$ akan ditulis G saja.

Menurut Findell (2001), beberapa penelitian telah menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa tentang konsep-konsep dalam aljabar abstrak kurang memuaskan. Subroto (2023) menemukan miskonsepsi berupa misunderstanding dan mispersepsi pada pembelajaran Teori Grup. Hakim (2019) menemukan fakta mengenai kemampuan menyelesaikan masalah pembuktian pada teori grup mahasiswa program studi Pendidikan Matematika PPs UNM belum memuaskan. Arian (2015) menyatakan bahwa meskipun latihan menyangkut definisi dan pembuktian seolah-olah tidak memiliki arti penting di pendidikan menengah, sisi teoritis matematika menjadi awal belajar di universitas khususnya kelas aljabar. Siswa bahkan tidak tahu bagaimana cara belajar untuk mata kuliah ini dan mereka mengalami kesulitan belajar yang sangat besar. Listiawati (2015) menyatakan bahwa mahasiswa masih banyak yang pemahamannya kurang dalam menjawab soal tentang grup. Ketika mahasiswa ditanyakan tentang definisi grup, mahasiswa tidak mampu mendefinisikan secara sempurna karena mahasiswa tidak menyebutkan bahwa syarat grup itu harus bukan himpunan kosong. Mahasiswa juga belum mampu ketika harus membuktikan suatu himpunan adalah grup atau bukan, khususnya pada grup infinit.

Harel (Findell, 2001) mengemukakan bahwa faktor yang menjadikan aljabar abstrak dianggap sulit bagi mahasiswa adalah: (1) konsep-konsepnya merupakan struktur abstrak yang berfungsi sebagai kategori untuk cakupan yang luas dan beragam contoh, obyek ditentukan oleh sifat-sifatnya, sehingga sulit bagi mahasiswa untuk memahaminya (2) kebanyakan contoh yang menjelaskan konsep tidak familiar bagi mahasiswa, (3) kebanyakan mahasiswa belum merasa nyaman dengan pembuktian dengan metode aksiomatik.

Dalam perkuliahan, konteks digunakan untuk menjembatani pemahaman mahasiswa terhadap objek dalam teori grup yang bersifat apriori. Ketika dosen menggunakan konteks yang berlebihan, bisa jadi mahasiswa justru fokus pada konteks, sehingga mahasiswa tidak paham pada materi teori grupnya. Materi teori grup secara keseluruhan saling terkait. Apabila ada konsep yang kurang dipahami maka akan berakibat ketidakmampuan memahami konsep berikutnya.

Berdasarkan paparan, maka perlu dilakukan penelitian untuk mengetahui pemahaman mahasiswa terhadap objek yang menjadi kajian pada mata kuliah teori grup. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan dalam mencari alternatif pembelajaran teori grup yang dapat meminimalisir kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep-konsep pada teori grup.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan fokus penelitian adalah deskripsi pemahaman mahasiswa terhadap objek kajian pada mata kuliah teori grup. Data diperoleh dari catatan hasil diskusi mahasiswa dan jawaban mahasiswa pada ujian tertulis. Subjek dalam penelitian ini adalah dua mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNS. Subjek terpilih adalah mahasiswa yang aktif menyampaikan gagasan selama diskusi di kelas.

3. Hasil dan Pembahasan

Data pemahaman mahasiswa terhadap objek matematika diperoleh melalui analisis terhadap hasil diskusi dan hasil ujian tertulis mahasiswa. Untuk melihat pemahaman mahasiswa terhadap objek matematika yang bermakna dalam konteks (priori) pada teori grup dilakukan analisis terhadap hasil diskusi untuk menyelesaikan soal : “Diketahui $\mathbb{R}^D$ adalah himpunan semua fungsi bernilai real dengan daerah asal himpunan D yang merupakan himpunan bagian tak kosong dari $\mathbb{R}$. Tunjukkan bahwa $(\mathbb{R}^D, +)$ adalah grup “ dan analisis terhadap jawaban tertulis untuk soal ujian : “ Misal $S = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 1\}$ dan dilengkapi operasi $*$ yang didefinisikan dengan

$$x * y = \begin{cases} x + y, & x + y \leq 1 \\ x + y + (-1), & x + y > 1 \end{cases} . \text{Buktikan } S \text{ memuat unsur identitas terhadap operasi}$$

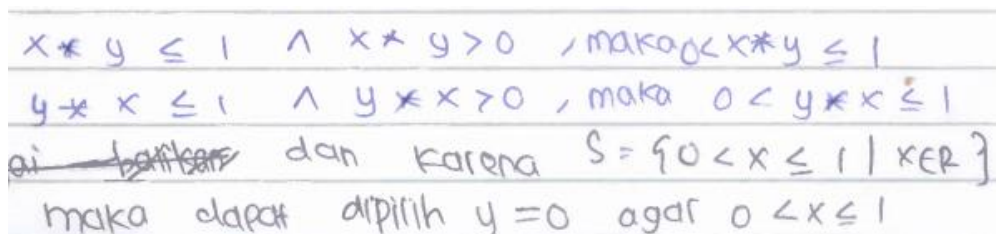
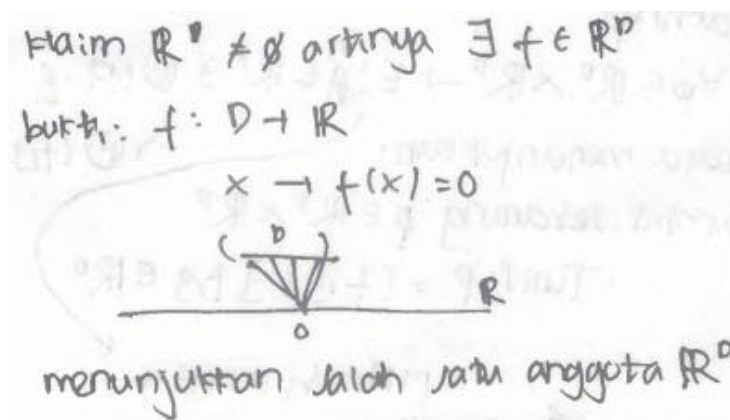
$*$ kemudian periksa apakah setiap anggota S mempunyai balikan terhadap operasi $*$

Sedangkan untuk melihat pemahaman mahasiswa terhadap objek matematika yang tanpa makna (apriori) dilakukan analisis terhadap hasil diskusi untuk menyelesaikan soal :
 “Diberikan $S = \{0,1\}$ dan dilengkapi operasi $*$ yang didefinisikan

$*$	0	1
0	1	0
1	0	1

Periksa apakah S memuat unsur identitas terhadap operasi $*$ kemudian periksa anggota S mana saja yang mempunyai balikan terhadap operasi $*$ “ dan analisis terhadap jawaban tertulis untuk soal ujian : Diketahui $(G,*)$ adalah grup. Jika $a \in G$ dan didefinisikan $N(a) = \{x \in G : x * a = a * x\}$. Buktikan $(N(a),*)$ adalah subgrup dari $(G,*)$

Berdasarkan analisis yang dilakukan, pemahaman subjek terhadap objek yang mempunyai makna (priori) pada teori grup terungkap bahwa (1). Untuk menunjukkan himpunan tak kosong, subjek menyebutkan salah satu contoh anggota himpunan dengan membuat ilustrasi wujud objek. Hal ini dapat dilihat catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis subjek berikut:



(2) Untuk menunjukkan eksistensi unsur identitas, subjek mengklaim satu anggota himpunan sebagai unsur identitas dan menunjukkan bahwa klaimnya adalah benar unsur identitas. Hal ini dapat dilihat dari catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis berikut :

$\mathbb{R}^D$ memiliki unsur identitas jika terdapat $g \in \mathbb{R}^D$ dengan g adalah unsur identitas terhadap $\oplus$ artinya $\forall f \in \mathbb{R}^D$ berlaku $f \oplus g = f$ dan $g \oplus f = f$ artinya $(f \oplus g)(x) = f(x)$, $\forall x \in D$ dan $(g \oplus f)(x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

↳ klaim = $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $g(x) = 0$ untuk $\forall x \in D$ adalah unsur identitas terhadap $\oplus$

Adit $\forall f \in \mathbb{R}^D$ berlaku $f \oplus g = f$ dan $g \oplus f = f$ artinya $(f \oplus g)(x) = f(x)$ dan $(g \oplus f)(x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Ambil sebarang $x \in D$. Maka,

$(f \oplus g)(x) = f(x) + g(x)$ karena dari definisi $\oplus$ di $\mathbb{R}^D$ yaitu $(f \oplus g)(x) = f(x) + g(x)$, $\forall x \in D$.

$= f(x) + 0$

$= f(x)$

$(g \oplus f)(x) = g(x) + f(x)$

$= 0 + f(x)$

$= f(x)$

↳ Jadi telah ditunjukkan $\exists g \in \mathbb{R}^D$ dg $g(x) = 0$ adalah unsur identitas artinya $\forall f \in \mathbb{R}^D$ berlaku $f \oplus g = f$ dan $g \oplus f = f$

Selanjutnya, klaim $y = 1$ adalah unsur identitas di S , maka akan ditunjukkan $\forall x \in S$ berlaku $x + 1 = x$ dan $1 + x = x$.

Ambil sebarang $x \in S$ maka,

$x + 1 = x + 1 + (-1)$ # $1 + x = 1 + x + (-1)$ → hal ini karena $0 < x \leq 1$ dan $y = 1$

$= x$ $= x$ maka $1 < x + y \leq 2$

↳ karena telah ditunjukkan $\forall x \in S$ berlaku $0 < x + y + (-1) \leq 1$

$x + y = x$ dan $y + x = x$ dengan sehingga yang mungkin adalah jika $x + y = 1$

$y = 1$ adalah unsur identitas di S thdp $+$

maka, S memuat unsur identitas terhadap operasi $+$ yaitu dengan unsur identitasnya adalah $y = 1$

(3). Untuk menunjukkan bahwa setiap anggota himpunan mempunyai invers terhadap operasi yang didefinisikan, subjek memeriksa setiap anggota himpunan dengan mengambil sebarang anggota himpunan dan mencari inversnya terhadap operasi yang didefinisikan. Selanjutnya subjek memberikan alasan dan menguji bahwa ada keterkaitan sebarang objek dengan suatu objek yang merupakan inversnya. Hal ini dapat dilihat pada catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis berikut :

$\forall f \in \mathbb{R}^D$ memiliki balikan terhadap $\oplus$

bukti :

$\forall f \in \mathbb{R}^D$ mempunyai balikan jika $\exists h \in \mathbb{R}^D \rightarrow f \oplus h = e$ dan $h \oplus f = e$ artinya $(f \oplus h)(x) = e$ dan $(h \oplus f)(x) = e, \forall x \in D$

Telah diketahui unsur identitas terhadap $\oplus$ di $\mathbb{R}^D$ adalah $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $g(x) = 0, \forall x \in D$.

Adit $\exists h \in \mathbb{R}^D$ sng $\forall f \in \mathbb{R}^D \rightarrow f \oplus h = g$ dan $h \oplus f = g$ artinya $(f \oplus h)(x) = 0$ dan $(h \oplus f)(x) = 0, \forall x \in D$.

$\hookrightarrow$ klaim = $h: D \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $h \in \mathbb{R}^D$ dan $h(x) = -f(x)$ untuk $\forall x \in D$ adalah balikan untuk $\forall f \in \mathbb{R}^D$

$$\begin{aligned} \# (f \oplus h)(x) &= f(x) + h(x) \\ &= f(x) + (-f(x)) \\ &= 0 \\ &= g(x) \text{ (unsur identitas)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \# (h \oplus f)(x) &= h(x) + f(x) \\ &= -f(x) + f(x) \\ &= 0 \\ &= g(x) \text{ (unsur identitas)} \end{aligned}$$

$\hookrightarrow$ Jadi $\forall f \in \mathbb{R}^D$ memiliki balikan

Akan diperiksa apakah setiap anggota S mempunyai balikan terhadap operasi $*$

1) untuk $x + y \leq 1$

$$x * x^{-1} = x + x^{-1} = 1$$

$\hookrightarrow$ hal ini dipenuhi jika $x^{-1} = 1 - x$, periksa apakah $1 - x$ anggota S atau tidak.

$$0 < x \leq 1$$

$$-0 > -x \geq -1$$

$$1 > 1 - x \geq 1 - 1$$

$$1 > 1 - x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 1 - x < 1$$

Dengan demikian $1 - x \notin S$ sehingga tidak ada nilai x^{-1} yang memenuhi $x + x^{-1} = 1$

2) untuk $x + y \geq 1$

$$x * x^{-1} = x + x^{-1} + (-1) = 1$$

$\hookrightarrow$ hal ini dipenuhi jika $x^{-1} = 2 - x$, periksa apakah $2 - x$ anggota S atau tidak

$$0 < x \leq 1$$

$$0 > -x \geq -1$$

$$2 > 2 - x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2 - x < 2$$

Dengan demikian $2 - x \notin S$ sehingga tidak ada nilai x^{-1} yang memenuhi $x + x^{-1} + (-1) = 1$

Pemahaman subjek terhadap objek yang tidak mempunyai makna dalam konteks (apriori) pada teori grup dari hasil analisis menunjukkan bahwa (1). Untuk menunjukkan himpunan tak kosong, subjek menuliskan simbol beserta artinya sebagai salah satu anggota himpunan. Hal ini dapat dilihat pada catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis berikut :

$$\tau = \{0, 1\}$$

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$N(a) \neq \emptyset$ artinya $N(a)$ memiliki anggota.

Diket $(G, +)$ grup maka G memuat unsur identitas e sehingga $\forall g \in G$ berlaku

pilih $x = e \in G$ $g * e = g = e * g$

perhatikan $x * a = e * a = a = a * e = a * x$

Karena $x = e \in G$ dan $e * a = a * e$ maka $e \in N(a)$ sehingga $N(a) \neq \emptyset$ ✓

(2) Untuk menunjukkan eksistensi unsur identitas, subjek mengklaim satu anggota himpunan sebagai unsur identitas dan menunjukkan bahwa klaimnya adalah benar unsur identitas. Hal ini dapat dilihat dari catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis berikut:

klaim $e = 1$
 1 adalah unsur identitas apabila $\forall a \in S$ berlaku $e * a = a$
 dan $a * e = a$
 $\rightarrow$ untuk $a = 0$ berlaku,

$$\begin{array}{lcl} e * a & = & 1 * 0 \\ & = & 0 \\ & = & a \end{array} \quad \begin{array}{lcl} a * e & = & 0 * 1 \\ & = & 0 \\ & = & a \end{array}$$

 $\rightarrow$ untuk $a = 1$ berlaku,

$$\begin{array}{lcl} e * a & = & 1 * 1 \\ & = & 1 \\ & = & a \end{array} \quad \begin{array}{lcl} a * e & = & 1 * 1 \\ & = & 1 \\ & = & a \end{array}$$

 Jadi, telah ditunjukkan 1 adalah unsur identitas

$\rightarrow$ Akan ditunjukkan $N(a)$ memiliki identitas

$\exists e \in N(a) / \forall x \in N(a) \Rightarrow$ ~~$x * e = x = e * x$~~ ✗

Ambil sebarang $x \in N(a)$

Akan ditunjukkan $\exists e \in N(a) \Rightarrow x * e = x = e * x$

(3). Untuk menunjukkan bahwa setiap anggota himpunan mempunyai invers terhadap operasi yang didefinisikan, subjek memeriksa setiap anggota himpunan dengan mengambil sebarang anggota himpunan dan mencari inversnya terhadap operasi yang didefinisikan. Selanjutnya subjek memberikan alasan dan menguji bahwa ada keterkaitan sebarang objek dengan suatu objek yang merupakan inversnya. Hal ini dapat dilihat pada catatan hasil diskusi dan hasil ujian tulis berikut :

Periksa anggota S mana saja yang mempunyai balikan
 $a \in S$ dikatakan mempunyai balikan $\exists b \in S \rightarrow a * b = e$ dan $b * a = e$
 telah diketahui $e = 1$
 Periksa :
 Untuk $a = 0$
 → ketika $b = 0$ maka
 $a * b = 0 * 0 = 1 = e$
 $b * a = 0 * 0 = 1 = e$
 → ketika $b = 1$ maka
 $a * b = 0 * 1 = 0 \neq e$
 $b * a = 1 * 0 = 0 \neq e$
 Untuk $a = 1$
 → ketika $b = 0$ maka
 $a * b = 1 * 0 = 0 \neq e$
 $b * a = 0 * 1 = 0 \neq e$
 → ketika $b = 1$ maka
 $a * b = 1 * 1 = 1 = e$
 $b * a = 1 * 1 = 1 = e$
 Jadi unsur 0 dan $1 \in S$ mempunyai balikan

Ambil sebarang $x \in N(a)$ artinya $x * a = a * x$, adit $x^{-1} * a = a * x^{-1}$
 perhatikan $x^{-1} * a = (x^{-1} * a) * e$
 $= (x^{-1} * a) * (x * x^{-1})$
 $= x^{-1} * (a * x) * x^{-1}$
 $= x^{-1} * (x * a) * x^{-1}$
 $= (x^{-1} * x) * (a * x^{-1})$
 $= e * (a * x^{-1})$
 $= a * x^{-1}$
 Karena telah ditunjukkan $x^{-1} * a = a * x^{-1}$ maka telah ditunjukkan
 $\forall x \in N(a)$ maka $x^{-1} \in N(a)$

4. Kesimpulan dan Saran

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa pada objek matematika yang mempunyai makna dalam suatu konteks maupun yang tidak mempunyai makna cenderung pada pemahaman relasional. Subjek dapat menentukan penyelesaian dari suatu masalah sekaligus dapat menjelaskan alasan dari jawabannya. Hal ini tampak dari yang dilakukan mahasiswa, yaitu: (i). Menyebutkan salah satu anggota himpunan untuk menunjukkan himpunan tak kosong disertai ilustrasi, (ii). Mengklaim salah satu anggota himpunan yang menjadi unsur identitas dan mengujinya dengan menggunakan definisi unsur identitas, (iii). Memeriksa satu persatu atau sebarang anggota himpunan dan mengklaim unsur inversnya dengan mengujinya menggunakan definisi invers.

Penelitian ini hanya melihat pemahaman mahasiswa pada objek matematika. Dapat dikembangkan penelitian selanjutnya yang mengkaji bagaimana mahasiswa

mengkonstruksi pemahamannya sehingga lebih mungkin memberikan alternatif bagaimana membelajarkan objek matematika pada teori grup.

5. Ucapan Terimakasih

Terimakasih yang sebesar-besarnya kami ucapkan atas dukungan Grup Riset Aljabar dan Analisis Program Studi Pendidikan Matematika UNS sehingga tulisan ini dapat terwujud

Pustaka

- Arikan, E. E., Ozkan, A., & Ozkan, E. M. (2015). An examination in Turkey: Error analysis of Mathematics students on group theory. *Educational Research and Reviews*, 10(16), 2352–2361. <https://doi.org/10.5897/err2015.2329>
- Darminto, B. P. (2009). Upaya peningkatan pemahaman konsep aljabar dan sikap mahasiswa calon guru matematika terhadap pembelajaran berbasis komputer. In *Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Aljabar, Pengajaran dan Terapannya. Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta*. 31 Januari 2009
- Findell. B.R. (2001). Learning and understanding in abstract algebra. Dissertation. University of New Hampshire, Durham. <https://scholars.unh.edu/dissertation/51/>
- Hakim, F. (2019). Analisis Pemahaman Mahasiswa PPs UNM Berpandu Teori Pirie-Kieren dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian pada Teori grup Ditinjau dari Gaya Kognitif dan Adversity Quotient. *PEDAMATH: Journal on Pedagogical Mathematics*, 1(2), 86-101. <https://doi.org/10.31605/pedamath.v1i2.357>
- Listiawati, E. (2015). Pemahaman mahasiswa calon guru pada konsep grup. *APOTEMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 1(2), 76-86. <https://doi.org/10.31597/ja.v1i2.157>
- Pinter, C. C. (1982). *A book of abstract algebra*. <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA10779035>
- Skemp, R. R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics: Expanded American Edition*. <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA39472544>
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat pendidikan matematika di Indonesia : konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan / R. Soedjadi* (Vol. 2000). <http://library.um.ac.id/free-contents/index.php/buku/detail/kiat-pendidikan-matematika-di-indonesia-konstataasi-keadaan-masa-kini-menuju-harapan-masa-depan-r-soedjadi-14080.html>
- Subroto, T., Suryadi, D., & Rosjanuardi, R. (2023). MISCONCEPTIONS IN LEARNING GROUP THEORY: CASE STUDY PRE-SERVICE MATHEMATIC TEACHERS. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 5(1), 77-84. <http://doi.org/10.37058/jarme.v5i1.5967>