ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA PADA MATERI FUNGSI DUA PEUBAH DENGAN NEWMANN'S ERROR ANALYSIS (NEA)

NUR BAITI NASUTION

UNIVERSITAS PEKALONGAN

nurbaiti.nasution@unikal.ac.id

Abstrak

Artikel ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan mahasiswa menggunakan analisis kesalahan Newmann (*Newmann's Error Analysis* (NEA)) pada mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak. Untuk menganalisis kesalahan tersebut, data yang digunakan adalah hasil pekerjaan mahasiswa pada UAS Kalkulus Lanjut. Analisis dilakukan secara dua tahap yaitu kualitatif dan kuantitatif. Analisis kualitatif dilakukan ketika mengkategorikan kesalahan mahasiswa berdasarkan tahapan NEA yaitu *reading*, *comprehension*, *transformation*, *process skill*, dan *encoding*. Sebagai bentuk triangulasi data, selain analisis hasil pekerjaan mahasiswa, dilakukan juga wawancara terhadap beberapa mahasiswa untuk mengkonfirmasi hasil analisis pekerjaan mahasiswa. Dari hasil analisis dan wawancara, ditemukan bahwa kesalahan mahasiswa paling banyak ditemui pada tahap *process skill*. Setelah dianalisis lebih lanjut diketahui bahwa kesalahan terjadi karena kurangnya kemampuan aljabar dasar dan kemampuan mencari turunan fungsi.

Kata kunci: analisis kesalahan, Kalkulus Peubah Banyak, Newmann's error analysis (NEA)

Abstract

The aim of this article is to describe the student's error using Newmann's Error Analysis (NEA) in Multivariable Calculus course. For analyzing the error, we analyzed the student's work in the Calculus course. The analysis was held in two steps, qualitative and quantitative. Qualitative part was done when categorizing the error based on NEA, which are reading, comprehension, transformation, process skill, and encoding. As the data triangulation, we also interviewed the students to confirm the analysis results. From the analysis and interview, it was known that the errors were happened because the lack of basic algebra ability and the lack of ability of finding the function derivative.

Keywords: error analysis, Newmann's error analysis (NEA), Calculus

1. Pendahuluan

Mata kuliah Kalkulus Lanjut (atau sering juga disebut Kalkulus Peubah Banyak) merupakan kelanjutan dari mata kuliah Kalkulus Diferensial dan Kalkulus Integral. Dalam mata kuliah ini, mahasiswa diminta untuk mempelajari mengenai fungsi dua peubah atau lebih. Lingkup materi yang diajarkan pada mata kuliah ini adalah fungsi dua peubah, limit fungsi, kekontinuan, turunan fungsi dua peubah, optimisasi menggunakan turunan fungsi dua peubah, dan integral lipat. Setiap konsep yang diajarkan pada mata kuliah Kalkulus Lanjut sebenarnya hanyalah perumuman dari konsep yang telah diterima di Kalkulus Diferensial dan Kalkulus Integral. Untuk itu, idealnya, jika mahasiswa sudah menguasai materi pada mata kuliah Kalkulus Diferensial dan Kalkulus Integral, maka mempelajari Kalkulus Lanjut akan menjadi hal yang tidak sulit.

Akan tetapi, data hasil UTS Kalkulus Lanjut mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Pekalongan menunjukkan bahwa nilai mahasiswa untuk mata kuliah tersebut masih rendah. Tabel 1 menunjukkan bahwa rata-rata nilai UTS mata kuliah Kalkulus

Lanjut masih dibawah 50 dengan nilai maksimal adalah 100. Selain itu, data pada Tabel 1 juga menunjukkan bahwa nilai terbesar untuk UTS tersebut adalah 77. Artinya tidak ada satupun mahasiswa yang meraih nilai sempurna untuk mata kuliah tersebut. Padahal jika dilihat lebih lanjut, soal UTS tersebut hanyalah mengulang materi SMA, seperti domain fungsi, vektor, dan grafik fungsi dua dimensi yang digunakan untuk menggambar peta kontur.

Tabel 1: Hasil UTS Kalkulus Lanjut

Statistik	Nilai
Maksimum	77
Minimum	27
Rataan	48.07
Standar Deviasi	15.37

Sampai saat ini, belum diketahui penyebab rendahnya nilai mahasiswa untuk mata kuliah Kalkulus Lanjut. Beberapa hipotesis yang sering dikemukakan adalah bahwa kemampuan aljabar mahasiswa dianggap kurang. Selain itu, yang diduga menjadi penyebab adalah mahasiswa tidak menguasai konsep-konsep pada mata kuliah Kalkulus Lanjut. Untuk mengetahui penyebab rendahnya nilai mahasiswa dalam mata kuliah Kalkulus Lanjut perlu dianalisis hasil pekerjaan mahasiswa pada mata kuliah tersebut.

Salah satu metode untuk menganalisis kesalahan pada pekerjaan mahasiswa adalah dengan menggunakan metode Newmann's Error Analysis (NEA). NEA merupakan metode yang dikembangkan oleh Newmann yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi letak kesalahan siswa pada hasil pekerjaannya terutama untuk pelajaran matematika. Metode ini menganggap bahwa pekerjaan siswa dapat dikategorikan dalam 5 tahapan yaitu *Reading*, *Comprehension*, *Transformation*, *Process Skill*, dan *Encoding*. Tahapan *reading* adalah tahapan dimana siswa membaca semua kata dalam soal dan memahami arti setiap kata dan istilah. Jika siswa mengalami kesalahan pada tahap ini berarti siswa tersebut belum dapat membaca atau tidak memahami istilah yang ada dalam soal. Tahap kedua adalah *comprehension*, yaitu tahapan dimana siswa mencoba memahami soal secara keseluruhan. Pada tahap ini, siswa berusaha memahami apa yang diminta soal untuk dilakukan.

Tahap yang ketiga adalah *transformation*, yaitu tahapan dimana siswa menentukan metode penyelesaian. Tahap selanjutnya adalah *process skill*, yaitu tahapan dimana siswa melaksanakan metode tersebut untuk mendapatkan jawaban. Sedangkan yang terakhir adalah *encoding*, yaitu tahapan dimana siswa menginterpretasikan hasil pekerjaannya untuk menjawab pertanyaan pada soal.

Dengan menggunakan NEA, guru/dosen dapat mengetahui letak kesalahan siswa dan kemudian dapat menyusun rencana pembelajaran yang tepat untuk mengantisipasi agar siswa tidak melakukan kesalahan tersebut di kemudian hari.

Dari uraian di atas, dapat dirumuskan pertanyaan penelitian yang dibahas pada artikel ini adalah : bagaimanakah bentuk kesalahan mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Pekalongan dalam mengerjakan soal mengenai fungsi dua peubah jika dilihat menurut Newmann's Error of Analysis?

2. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui letak dan deskripsi kesalahan yang sering dilakukan oleh mahasiswa dengan menggunakan metode Newmann's Error Analysis pada materi fungsi dua peubah. Subyek penelitian ini adalah mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Pekalongan yang mengikuti mata kuliah Kalkulus Lanjut pada tahun ajaran 2016/2017 pada kelas pagi, yaitu sebanyak 28 mahasiswa.

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah dokumentasi, yaitu berupa dokumentasi hasil pekerjaan mahasiswa dan wawancara. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dan kuantitatif. Adapun pendekatan kualitatif digunakan ketika menganalisis jawaban mahasiswa dan mengkategorikannya dalam 5 tahapan NEA. Hal ini dilakukan dengan melihat pekerjaan mahasiswa kemudian membuat asumsi mengenai tipe kesalahan yang dilakukan. Selanjutnya, sebagai bentuk triangulasi data, beberapa orang mahasiswa diwawancarai untuk mengklarifikasi kebenaran asumsi yang dibuat. Setelah tipe-tipe kesalahan mahasiswa dikategorikan, dimulailah tahapan kuantitatif dari penelitian ini, yaitu menghitung berapa persentase mahasiswa yang melakukan tipe kesalahan tertentu. Hal inilah yang akan menjadi dasar kesimpulan penelitian ini.

Sedangkan pekerjaan mahasiswa yang dianalisis adalah hasil pekerjaan UAS Kalkulus Lanjut tahun ajaran 2016/2017 yang terdiri dari 3 soal yang masing-masing soal (kecuali soal nomor satu) memiliki 2 subsoal. Materi fungsi dua peubah yang digunakan meliputi materi turunan parsial, bidang singgung, dan masalah maksimum-minimum. Tabel 2 menunjukkan soal yang digunakan dalam UAS tersebut.

Tabel 2: Bentuk Soal yang Digunakan

Materi	No. Soal	Soal
Turunan Parsial	1	Suatu fungsi $u(x, t)$ dikatakan memenuhi persamaan gelombang jika berlaku $u_{tt} = a^2 u_{xx}$, untuk suatu $a \in \mathbb{R}$. Tunjukkan bahwa fungsi $u(x, t) = (x - at)^6 + (x + at)^6$ memenuhi persamaan gelombang.
Bidang Singgung	2a	Tentukan persamaan bidang singgung fungsi $f(x, y) = 2xe^{x^2-4y}$ di titik $(2, 1)!$
	2b	Periksa apakah titik $A(1, -1, 16)$ terletak pada bidang singgung pada poin (a) atau tidak.
Maks-Min	3a	Diketahui fungsi $f(x, y) = 8y^4 + x^2 + xy - 3y^2 - y^3$. Tunjukkan bahwa fungsi f memiliki 3 titik stasioner yaitu $(0, 0), (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}), (\frac{13}{64}, -\frac{13}{32})$.
	3b	Tentukan jenis masing-masing titik kritis tersebut dengan menggunakan Uji Turunan Kedua! Apakah titik maksimum, titik minimum, atau titik pelana?

Dalam setiap jawaban soal-soal UAS di atas, pekerjaan mahasiswa dikategorikan berdasarkan kesalahan yang dibuat dilihat dari NEA, yaitu *reading*, *comprehension*, *transformation*, *process skill*, dan *encoding*. Dari kelima tahapan tersebut, kesalahan mahasiswa pada bagian *reading* dan *comprehension* merupakan kesalahan yang paling sulit untuk dideteksi, jika sumber data hanya berupa hasil pekerjaan mahasiswa. Untuk itulah diperlukan proses wawancara sebagai bentuk triangulasi data. Newmann sendiri telah mengembangkan pedoman wawancara untuk mendeteksi dimanakah letak kesalahan mahasiswa [White, 2005, hal.17]. Khususnya untuk mengidentifikasi apakah siswa membuat kesalahan pada tahap *reading*, pertanyaan yang perlu diajukan ketika wawancara adalah "Bacalah pertanyaan pada soal! Adakah istilah yang tidak Anda pahami?" dan untuk mengidentifikasi apakah siswa membuat kesalahan pada tahap *comprehension*, pertanyaan yang perlu diajukan adalah "Menurut Anda, apa yang diminta soal untuk Anda lakukan?" Dengan menggunakan pedoman tersebut diharapkan kondisi sebenarnya dari

masalah yang dihadapi mahasiswa ketika mengerjakan soal dapat terkuak dan teridentifikasi.

Analisis data pada penelitian ini sedikit berbeda dibandingkan dengan penelitian serupa yang pernah ada sebelumnya. Pada penelitian ini, misalkan pada analisis hasil pekerjaan mahasiswa telah ditemui kesalahan pertama yaitu pada tahapan *transformation*, maka pekerjaan mahasiswa tersebut tidak dianalisis untuk tahapan selanjutnya. Dengan demikian, kesalahan mahasiswa **setelah** melakukan kesalahan pertama tidak dianggap karena menurut pandangan peneliti, kesalahan selanjutnya sudah tidak layak untuk dibahas. Hal ini berbeda dengan metode yang digunakan dalam penelitian serupa ([Prakitipong and Nakamura, 2006], [Abdullah et al., 2015]) yaitu dengan menghitung semua kesalahan yang dilakukan oleh siswa dan baru kemudian dikategorikan menurut NEA. Pedoman untuk mengkategorikan kesalahan pekerjaan mahasiswa dapat dilihat pada Tabel 3. Pedoman ini sejalan dengan pemahaman Junaedi [Junaedi, 2014].

Tabel 3: Asumsi Kesalahan Sesuai NEA

Tahapan NEA	Ciri-Ciri Kesalahan yang Muncul
Reading (R)	Mahasiswa dianggap salah pada bagian ini jika mahasiswa ada istilah, kata, notasi pada kalimat soal yang tidak dapat dipahami oleh mahasiswa.
Comprehension (C)	Mahasiswa dianggap salah pada bagian ini jika paham semua istilah pada soal tetapi tidak mengetahui apa yang diminta oleh soal.
Transformation (T)	Mahasiswa dianggap salah pada bagian ini jika tahu harus mencari apa tetapi tidak mengerti bagaimana caranya.
Process Skill (PS)	Mahasiswa dianggap salah pada bagian ini jika tahu cara untuk menyelesaikan soal tetapi mereka tidak bisa menyelesaikannya dengan benar.
Encoding (E)	Mahasiswa dianggap salah pada bagian ini jika tidak dapat menuliskan kesimpulan dan jawaban akhir dengan benar.

3. Hasil dan Pembahasan

Setelah melakukan analisis awal terhadap hasil pekerjaan mahasiswa, diketahui bahwa pada setiap soal, terdapat beberapa mahasiswa yang sama sekali tidak mengerjakan. Untuk kasus dimana mahasiswa tidak mengerjakan sama sekali, peneliti dapat memasukkannya ke dalam kategori *reading* atau *comprehension*. Akan tetapi, mengingat tidak ada istilah dan notasi dalam soal yang dirasa asing bagi mahasiswa, maka peneliti akan langsung memasukkan kasus seperti ini dalam kategori *comprehension*. Hal ini nantinya akan dikonfirmasi ketika wawancara. Dengan demikian, asumsi awal menunjukkan bahwa tidak ada kesalahan pada tahap *reading*, kecuali untuk soal nomor 2b.

3.1. Analisis Kesalahan pada Materi Turunan Parsial

Soal nomor 1 meminta mahasiswa membuktikan bahwa fungsi dua peubah $u(x, t) = (x - at)^6 + (x + at)^6$ memenuhi persamaan gelombang. Persamaan gelombang merupakan istilah yang mungkin baru dikenal untuk mahasiswa semester tersebut. Akan tetapi, definisi persamaan gelombang diberikan dalam soal, sehingga kesalahan pada tahap *reading* memiliki kemungkinan kecil untuk terjadi. Untuk menyelesaikan soal ini, mahasiswa perlu melakukan beberapa kali proses pencarian turunan dengan menggunakan Aturan Rantai. Selain itu, mahasiswa juga perlu memahami notasi turunan parsial yaitu u_t, u_{tt}, u_x , dan u_{xx} dan perlu menuliskan kesimpulan dengan benar.

Kesalahan mahasiswa dimasukkan dalam tahap *comprehension* jika jawaban mahasiswa tidak menunjukkan arah jawaban yang benar. Salah satu kasus yang terjadi adalah mahasiswa menuliskan u_{xy} dalam jawabannya. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak mengetahui bahwa yang diminta adalah mencari u_t, u_{tt}, u_x , dan u_{xx} . Sedangkan salah satu kasus yang menunjukkan kesalahan yang masuk pada tahapan *transformation* adalah pada salah satu jawaban yang menuliskan u_t dan u_{tt} tetapi tidak menuliskan kelanjutan jawabannya. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut tahu bahwa untuk menjawab soal perlu mencari u_t, u_{tt}, u_x , dan u_{xx} tetapi tidak tahu bagaimana caranya. Selanjutnya, kasus yang menunjukkan kesalahan mahasiswa pada kategori *process skill* ditemukan ketika mahasiswa melakukan kesalahan ketika mengaplikasikan Aturan Rantai. Beberapa kasus yang muncul pada tahap *process skill* dapat dilihat pada Tabel 4. Sedangkan kasus yang menunjukkan kesalahan mahasiswa pada kategori *encoding* adalah ketika mahasiswa berhasil mencari u_t, u_{tt}, u_x , dan u_{xx} akan tetapi menuliskan kesimpulan yang salah sebagai berikut:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} \quad (1)$$

$$30a^2(x-at)^4 + 30a^2(x+at)^5 = a^2(30(x-at)^4 + 30(x+at)^4)$$

$$30a^2(x-at)^4 + 30a^2(x+at)^5 = a^2(30(x-at)^4 + 30(x+at)^4).$$

Persamaan (1), menunjukkan bahwa mahasiswa sejak awal telah mengklaim bahwa persamaan gelombang terpenuhi. Dengan demikian, baris berikutnya menjadi ambigu dan tidak sesuai dengan yang diharapkan, karena hal itulah yang seharusnya dibuktikan oleh mahasiswa. Oleh sebab itu, kasus seperti ini dianggap masuk pada kategori *encoding*. Hasil analisis untuk soal nomor 1 dapat dilihat pada Tabel 4. Selanjutnya, untuk memastikan apakah hasil analisis tersebut valid, beberapa mahasiswa diwawancara untuk mengkonfirmasi apakah hasil analisis awal benar atau tidak. Wawancara yang dilakukan juga menggunakan pedoman wawancara Newmann ([White, 2005]). Hasil wawancara menunjukkan bahwa mahasiswa yang sama sekali tidak mengerjakan soal nomor 1 sebenarnya telah memahami setiap istilah dan notasi pada soal, tetapi tidak mengerti cara mengerjakannya. Selain itu, hasil wawancara juga menunjukkan bahwa dugaan peneliti pada setiap kategori tahapan NEA sudah benar. Dengan demikian, hasil analisis pekerjaan mahasiswa sudah mewakili data yang sesungguhnya. Dengan kata lain, hasil analisis pekerjaan mahasiswa dinilai sudah valid.

Tabel 4: Analisis Pekerjaan Untuk Materi Turunan Parsial

Tahapan NEA	Contoh Kesalahan yang Muncul	Frekuensi (orang)
C	Mahasiswa tidak mengerjakan	5
	Mahasiswa mengerjakan tetapi hanya menulis u_{xy} tanpa ada kelanjutannya	
T	Mahasiswa menuliskan u_t tetapi tidak ada kelanjutannya	2
	Mahasiswa mencari u_t tetapi dengan cara menguraikan $(x-at)^6$	
PS	Mahasiswa menuliskan $u_t(x, y) = 6(x-at)^5 + 6(x+at)^5$	10
	Mahasiswa menuliskan $u_t(x, y) = -6(x-at)^6 + 6(x+at)^6$	
E	Mahasiswa sejak awal menuliskan bahwa $u_{tt} = a^2 u_{xx}$	4
Mahasiswa yang tidak melakukan kesalahan		7
Total		28

3.2. Analisis Kesalahan pada Materi Bidang Singgung

Soal nomor 2 terdiri dari 2 butir pertanyaan. Pertanyaan nomor 2a meminta mahasiswa untuk mengaplikasikan turunan fungsi dua peubah untuk mencari persamaan bidang singgung. Hal ini menuntut mahasiswa untuk mencari turunan parsial fungsi terhadap variabel x dan y . Dilihat dari rumus fungsinya, untuk mencari turunan parsial tersebut, mahasiswa harus menggunakan Aturan Perkalian dan Aturan Rantai. Selain itu, mahasiswa juga harus memahami sifat-sifat turunan fungsi eksponensial. Sifat-sifat yang harus mereka ketahui untuk dapat mengerjakan soal ini adalah bahwa nilai $e^0 = 1$. Selanjutnya, mahasiswa harus mengetahui rumus bidang singgung dan menggunakannya untuk mencari persamaan bidang singgung yang diinginkan.

Salah satu indikasi yang menandai bahwa mahasiswa melakukan kesalahan pada tahap *comprehension* di soal 2a adalah bahwa mahasiswa menuliskan huruf z dengan diikuti tanda sama dengan dalam pekerjaannya. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut tahu bahwa mereka diminta untuk mencari persamaan bidang (yang sering dinotasikan dengan simbol z). Akan tetapi, ternyata cara yang digunakan untuk menemukan z tidak lazim, yaitu dengan mencari f_{xx} dan f_{yy} . Kasus ini terjadi pada setidaknya 2 orang mahasiswa. Dalam hal ini, kedua orang tersebut dimasukkan dalam kategori *comprehension*. Alasannya adalah karena meskipun mereka mengetahui bahwa harus mencari z , akan tetapi mereka tidak mengetahui apa yang diwakili oleh z . Jika mereka telah mengetahui makna persamaan bidang, maka setidaknya mereka tidak akan menuliskan hal-hal yang tidak berkaitan dengan z , seperti f_{xx} , f_{yy} , dan $\nabla f(x, y) = (0, 0)$.

Untuk soal nomor 2a, ditemukan seorang mahasiswa yang salah pada bagian *transformation*. Hal ini diindikasikan bahwa mahasiswa tersebut menuliskan simbol z tetapi tidak melanjutkan pekerjaannya. Dari jawaban mahasiswa tersebut, diduga bahwa yang bersangkutan tahu harus mencari bidang singgung akan tetapi tidak tahu rumus yang harus digunakan. Selanjutnya, ditemukan juga 10 orang yang salah pada bagian *process skill*. Hal ini ditunjukkan dengan pekerjaan mereka yang menunjukkan kemampuan untuk menuliskan rumus persamaan bidang singgung, akan tetapi, mereka tidak benar dalam mengaplikasikannya. Kesalahan yang paling sering dilakukan adalah kesalahan mencari turunan parsial, yaitu f_x dan f_y .

Pada tahap *encoding* untuk soal nomor 2a, ditemukan 5 orang yang melakukan kesalahan. Kesalahan yang paling sering dilakukan adalah ketika mahasiswa menuliskan persamaan bidang yang ditemukan dengan tidak lengkap seperti $18x + 16y - 16$ dan $18x - 16y - 16 = 0$. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak mengetahui bentuk umum persamaan bidang yaitu berupa persamaan linear yang melibatkan 3 variabel x, y , dan z . Setelah dilakukan wawancara, ditemukan bahwa hasil analisis awal memang benar dan dinilai valid. Hasil analisis untuk soal nomor 2a dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5: Analisis Pekerjaan Untuk Soal 2a

Tahapan NEA	Contoh Kesalahan yang Muncul	Frekuensi (orang)
C	Mahasiswa tidak mengerjakan	5
T	Mahasiswa mengerjakan tetapi hanya menulis z dan kelanjutan yang tidak berhubungan seperti f_{xx} , f_{yy} , dan $\nabla f(x, y)$	1
PS	Mahasiswa salah mencari f_x dan f_y	10
E	Mahasiswa menuliskan $18x + 16y - 16$ dan $18x - 16y - 16 = 0$	5
Mahasiswa yang tidak melakukan kesalahan		7
Total		28

Soal nomor 2b meminta mahasiswa untuk memeriksa apakah titik $A(1, -1, 16)$ terletak

pada bidang singgung yang telah ditemukan pada poin a atau tidak. Hal ini menuntut mahasiswa untuk memahami pernyataan "titik terletak pada bidang", yang berarti jika koordinat titik dimasukkan ke dalam persamaan bidang maka akan diperoleh persamaan yang bernilai benar. Mengingat kemampuan pemahaman konsep mahasiswa yang kurang mengenai konsep persamaan garis dan bidang, peneliti menduga bahwa banyak mahasiswa tidak mengetahui arti dari istilah tersebut. Dengan demikian, pada soal nomor 2b, dimungkinkan terdapat kesalahan pada tahap *reading*. Siswa yang diduga melakukan kesalahan di tahap *reading* adalah siswa yang tidak mengerjakan. Dari analisis pekerjaan mahasiswa ditemukan 13 orang yang tidak mengerjakan. Ketika dikonfirmasi dengan menggunakan pedoman wawancara Newmann diperoleh bahwa mereka tidak memahami apa yang harus dilakukan untuk membuktikan bahwa titik A terletak pada bidang. Dengan menggunakan hasil wawancara ini, disimpulkan bahwa mahasiswa tersebut masuk ke dalam kategori *comprehension*.

Selain mahasiswa yang tidak mengerjakan, terdapat 2 orang lagi yang dapat dikategorikan salah pada bagian *comprehension* untuk soal 2b. Kedua orang tersebut menuliskan hal-hal yang menunjukkan ketidaktahuan mengenai arti titik terletak pada bidang, seperti menuliskan rumus bidang singgung atau menuliskan $\nabla f(x, y) = (0, 0)$. Sedangkan mahasiswa yang dikategorikan salah pada bagian *transformation* untuk soal nomor 2b adalah mahasiswa yang mengetahui bahwa untuk memeriksa apakah titik $A(1, -1, 16)$ terletak pada bidang atau tidak, mereka perlu mensubstitusikan nilai x, y, z dari $A(1, -1, 16)$ ke persamaan bidang. Akan tetapi, mereka tidak sepenuhnya paham apa saja yang harus disubstitusikan. Sebagai contoh, salah satu kesalahan yang dilakukan mahasiswa pada tahap *transformation* adalah memasukkan nilai $x = 1$ dan $y = -1$ ke persamaan bidang akan tetapi nilai $z = 16$ tidak dimasukkan. Selanjutnya, mereka malah mencari nilai z dan ketika menemukan nilai $z = 18$ mereka tidak menyimpulkan bahwa titik A terletak pada bidang atau tidak, melainkan menyimpulkan bahwa nilai $z = 18$.

Selanjutnya, terdapat 2 orang yang dikategorikan salah pada tahap *process skill* untuk soal nomor 2b. Mahasiswa dikategorikan salah pada tahap ini jika mereka mengetahui bahwa mereka harus memasukkan nilai $x = 1$, $y = -1$, dan $z = 16$ ke persamaan bidang dan kemudian memeriksa persamaan yang diperoleh apakah bernilai benar atau tidak. Akan tetapi, mereka melakukan kesalahan ketika mencari hasil penjumlahan $18(1) + 16(-1) - 16$. Untuk tahap *encoding*, kesalahan mahasiswa ditemukan ketika mereka benar melakukan perhitungan tetapi salah menuliskan kesimpulan. Sebagai contoh, mereka menuliskan "karena titik $(1, -1, 16) \neq 0$ maka titik A tidak terletak pada bidang". Rekapitulasi hasil analisis pekerjaan siswa dapat dilihat di Tabel 6.

Tabel 6: Analisis Pekerjaan Untuk Soal 2b

Tahapan NEA	Contoh Kesalahan yang Muncul	Frekuensi (orang)
C	Mahasiswa tidak mengerjakan, atau Mahasiswa menunjukkan ketidaktahuan mengenai arti titik terletak pada bidang, seperti menuliskan rumus bidang singgung atau menuliskan $\nabla f(x, y) = (0, 0)$	15
T	Mahasiswa salah mensubstitusikan nilai x, y, z	2
PS	Mahasiswa salah menjumlahkan	2
E	Mahasiswa salah menuliskan kesimpulan	6
Mahasiswa yang tidak melakukan kesalahan		3
Total		28

3.3. Analisis Kesalahan pada Materi Maksimum dan Minimum

Soal nomor 3 terdiri dari 2 butir pertanyaan. Butir 3a meminta mahasiswa untuk membuktikan bahwa ketiga titik yaitu titik $(0, 0)$, $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$, $(\frac{13}{64}, -\frac{13}{32})$ merupakan titik stasioner untuk fungsi $f(x, y) = 8y^4 + x^2 + xy - 3y^2 - y^3$. Masalah ini sebenarnya hanya menuntut mahasiswa untuk mencari turunan parsial terhadap x dan y kemudian menyelesaikan persamaan $f_x(x, y) = 0$ dan $f_y(x, y) = 0$ secara simultan. Akan tetapi, mengingat pemahaman konsep aljabar mahasiswa cenderung kurang [Nasution, 2017], permasalahan ini cenderung menjadi sulit bagi mahasiswa. Untuk soal nomor 3a, kesalahan di tahap *reading* dapat terjadi jika mahasiswa tidak memahami arti titik stasioner. Hal ini dapat dilihat jika mahasiswa sama sekali tidak mengerjakan. Akan tetapi, hasil analisis dan wawancara tidak menemukan ada mahasiswa yang mengalami kasus demikian. Artinya, semua mahasiswa telah paham arti titik stasioner, yaitu titik dimana nilai maksimum atau minimum mungkin terjadi.

Selanjutnya, kesalahan pada tahap *comprehension* untuk soal nomor 3a ditemui jika mahasiswa paham arti titik stasioner akan tetapi mereka tidak paham bahwa karakteristik titik stasioner adalah titik (x, y) yang memenuhi $\nabla f(x, y) = (0, 0)$. Terdapat 3 mahasiswa yang melakukan kesalahan di tahap ini. Salah satunya hanya menuliskan hasil dari pencarian turunan parsial terhadap x dan y , yaitu $f_x(x, y) = 2x + y$ dan $f_y(x, y) = 32y^3 + x - 6y - 3y^2$ tanpa melanjutkan jawabannya. Sedangkan kesalahan di tahap *transformation* untuk soal nomor 3a terjadi ketika mahasiswa mengetahui karakteristik titik stasioner tetapi tidak dapat menyelesaikan secara simultan kedua persamaan yang terbentuk. Terdapat 7 mahasiswa yang ditemukan melakukan kesalahan di tahap *transformation*. Salah satu dari ketujuh mahasiswa tersebut menemukan bahwa sistem persamaan yang perlu diselesaikan adalah

$$f_x(x, y) = 2x + y = 0, \quad (2)$$

$$f_y(x, y) = 32y^3 + x - 6y - 3y^2 = 0, \quad (3)$$

akan tetapi mahasiswa tersebut tidak berusaha menyelesaikan sistem persamaan tersebut. Ketika dikonfirmasi dengan wawancara, mahasiswa mengatakan bahwa mereka tidak memiliki ide sama sekali untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut. Selain itu, terdapat juga mahasiswa yang meski mengetahui bahwa $\nabla f(x, y) = (0, 0)$, akan tetapi mereka salah mencari turunan parsial yang diinginkan.

Lebih lanjut, mahasiswa dinilai melakukan kesalahan di tahap *process skill* jika mahasiswa mengerti cara untuk menyelesaikan persamaan (2) dan (3) secara simultan, tetapi mahasiswa melakukan kesalahan dalam penyelesaiannya. Terdapat 10 orang yang melakukan kesalahan di tahap ini. Beberapa di antaranya melakukan kesalahan ketika melakukan substitusi. Sebagai contoh, persamaan (2) ekuivalen dengan persamaan $y = -2x$. Selanjutnya, untuk mencari penyelesaian sistem persamaan di atas, $y = -2x$ perlu disubstitusikan ke (3), sehingga ditemukan persamaan

$$-256x^3 - 12x^2 + 13x = 0. \quad (4)$$

Beberapa mahasiswa melakukan kesalahan ketika mensubstitusikan $y = -2x$ ke (3) sehingga mereka tidak menemukan (4) dan tidak melanjutkan menulis jawaban. Selain salah mensubstitusikan, beberapa mahasiswa yang salah di tahap *process skill* melakukan kesalahan ketika mereka tidak dapat memfaktorkan persamaan (4). Terdapat setidaknya 6 orang mahasiswa yang tidak dapat memfaktorkan persamaan (4).

Setelah berhasil memfaktorkan persamaan (4), mahasiswa akan memperoleh 3 nilai x yaitu 0 , $-\frac{1}{4}$, dan $\frac{13}{64}$. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk mencari nilai y yang bersesuaian dengan masing-masing nilai x sehingga ditemukan 3 titik seperti pada soal. Mahasiswa

yang dapat menemukan 3 titik tersebut tetapi tidak dapat menuliskan koordinat ketiga titik tersebut dikategorikan salah dalam tahap *encoding*. Terdapat seorang mahasiswa yang mengalami kasus demikian. Ketika mahasiswa tersebut dikonfirmasi melalui wawancara, diperoleh jawaban bahwa mahasiswa bingung mencari pasangan (x, y) yang saling bersesuaian sehingga tidak menuliskan jawaban akhir. Rekapitulasi analisis jawaban untuk soal nomor 3a dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7: Analisis Pekerjaan Untuk Soal 3a

Tahapan NEA	Contoh Kesalahan yang Muncul	Frekuensi (orang)
C	Mahasiswa tidak paham bahwa karakteristik titik stasioner adalah titik (x, y) yang memenuhi $\nabla f(x, y) = (0, 0)$, atau Mahasiswa hanya menuliskan hasil dari pencarian turunan parsial terhadap x dan y	3
T	Mahasiswa tidak dapat menyelesaikan secara simultan kedua persamaan yang terbentuk, Mahasiswa salah mencari turunan parsial yang diinginkan	7
PS	Mahasiswa tidak bisa mensubstitusikan, Mahasiswa tidak dapat memfaktorkan	10
E	Mahasiswa tidak menuliskan jawaban akhir	1
Mahasiswa yang tidak melakukan kesalahan		7
Total		28

Soal nomor 3b meminta mahasiswa untuk mengaplikasikan Uji Turunan Parsial Kedua untuk 3 titik yang telah ditemukan pada nomor 3a. Mengingat titik stasioner telah disebutkan di soal, maka tantangan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan nomor 3b adalah dapat atau tidaknya mereka mengaplikasikan Uji Turunan Parsial Kedua. Untuk soal ini, dimungkinkan terdapat mahasiswa yang salah di tahap *reading*, yaitu mahasiswa yang tidak mengetahui sama sekali yang dimaksud Uji Turunan Parsial Kedua. Salah satu indikasi mahasiswa mengalami kesalahan di tahap *reading* adalah jika mahasiswa tidak mengerjakan. Dari hasil analisis ditemukan bahwa semua mahasiswa mengerjakan soal nomor 3b. Oleh sebab itu, dianggap tidak ada mahasiswa yang mengalami kesalahan di tahap *reading*.

Jika dilihat lebih lanjut, soal nomor 3b tidak terlalu membingungkan di tahap *comprehension*. Hal ini disebabkan mahasiswa sudah diberitahu titik apa saja yang terlibat dan apa yang harus dilakukan dengan titik tersebut. Dengan demikian, tidak mengherankan jika tidak ditemui kesalahan juga dalam tahap *comprehension*. Kesalahan mahasiswa mulai tampak di tahap *transformation*, yaitu jika mahasiswa tidak tahu atau lupa dengan rumus $D(x, y)$. Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat 5 mahasiswa yang salah pada tahap *transformation*. Kelima orang tersebut lupa bagaimana rumus $D(x, y)$.

Kesalahan terbanyak yang ditemukan pada nomor 3b adalah pada tahap *process skill*. Kesalahan pada tahap ini diindikasikan jika mahasiswa mengetahui rumusnya, dapat menggunakannya, tetapi mengalami kesalahan saat menghitung hasil akhir. Terdapat 16 mahasiswa yang melakukan kesalahan di tahap ini. Beberapa di antaranya melakukan kesalahan pencarian turunan dan sisanya melakukan kesalahan dalam menghitung penjumlahan pecahan.

Selain melatih mahasiswa dalam tahap *process skill*, soal nomor 3b juga cenderung melatih mahasiswa dalam pengambilan keputusan atau tahap *encoding*. Setelah mengetahui nilai $D(x, y)$ untuk masing-masing titik, mahasiswa diminta untuk menentukan apakah titik tersebut merupakan titik maksimum, minimum, atau pelana. Hal ini membutuhkan pemahaman menyeluruh mengenai langkah terakhir dari Uji Turunan Parsial

Kedua. Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat 2 mahasiswa yang salah di bagian ini. Keduanya tidak melakukan kesalahan dari awal hingga berhasil menghitung nilai $D(x, y)$ untuk setiap titik. Akan tetapi, keduanya melakukan kesalahan dengan menuliskan bahwa titik $(0, 0)$ adalah titik maksimum, padahal sebenarnya titik $(0, 0)$ adalah titik pelana. Hasil analisis pekerjaan mahasiswa untuk soal nomor 3b dapat dilihat di Tabel 8.

Tabel 8: Analisis Pekerjaan Untuk Soal 3b

Tahapan NEA	Contoh Kesalahan yang Muncul	Frekuensi (orang)
T	Mahasiswa tidak mengetahui atau lupa rumus $D(x, y)$	6
PS	Mahasiswa tidak bisa mencari turunan parsial kedua, Mahasiswa melakukan salah penjumlahan	16
E	Mahasiswa salah menuliskan manakah yang merupakan titik maksimum dan manakah yang merupakan titik minimum	2
Mahasiswa yang tidak melakukan kesalahan		4
Total		28

3.4. Pembahasan

Dari Tabel 4, 5, 7, dan 8 dapat dilihat bahwa kesalahan mahasiswa paling banyak adalah pada tahap *process skill*. Beberapa kesalahan yang terjadi merupakan kesalahan sepele seperti salah menjumlahkan atau ketidakmampuan untuk memfaktorkan. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih kurang dalam kemampuan aljabar dasar. Permasalahan ini memang sudah menjadi masalah bagi banyak siswa ([Luneta and Makonye, 2010], [Chew Yee Ming and Shien, 2017], [Muzangwa and Chifamba, 2012]). Salah satu kemampuan aljabar dasar yang teridentifikasi kurang dimiliki oleh mahasiswa dalam analisis pekerjaan mahasiswa ini adalah kemampuan memfaktorkan persamaan pangkat tiga seperti persamaan (4). Tidak semua mahasiswa paham untuk mengeluarkan faktor x dari (4). Ketika mereka dapat memecah persamaan (4) menjadi

$$-x(256x^2 + 12x - 13) = 0, \quad (5)$$

mereka kesulitan mencari faktornya mengingat koefisien x^2 yang terlibat sangat besar.

Selain kurangnya kemampuan dalam aljabar dasar, kesalahan yang terbanyak terjadi adalah kurangnya kemampuan mahasiswa dalam mencari turunan parsial suatu fungsi dua peubah. Di antaranya adalah kurangnya kemampuan mengaplikasikan Aturan Rantai, dan Aturan perkalian. Selain itu, mahasiswa juga masih kesulitan mecai turunan fungsi eksponensial. Hal ini merupakan suatu hal yang memprihatinkan mengingat pencarian turunan parsial pada fungsi dua peubah sebenarnya sama dengan pencarian turunan fungsi satu variabel dengan "menganggap salah satu variabel konstan".

Mahasiswa belum sepenuhnya dapat memahami konsep "menganggap variabel lain konstan". Hal ini dapat dilihat dari pekerjaan mahasiswa untuk nomor 2b. Ketika mahasiswa diminta untuk mencari turunan parsial terhadap y dari fungsi $f(x, y) = 2xe^{x^2-4y}$ mereka menggunakan Aturan Perkalian yaitu

$$f_y(x, y) = u'v + uv' \quad (6)$$

dengan $u(x, y) = 2x$ dan $v(x, y) = e^{x^2-4y}$. Jika mahasiswa telah paham konsep "menganggap salah satu variabel konstan" maka mereka akan menganggap faktor $2x$ sebagai koefisien dari e^{x^2-4y} dan tidak menganggapnya fungsi lain yang harus diturunkan sebagai $u(x, y)$. Meskipun jika Aturan (6) dijalankan secara benar, mereka akan memperoleh

hasil yang benar pula, akan tetapi hal ini memperbanyak langkah yang harus diselesaikan oleh mahasiswa dan secara otomatis memperbesar kemungkinan mahasiswa melakukan kesalahan.

4. Simpulan dan Saran

4.1. Simpulan

Dari hasil analisis di atas dapat disimpulkan bahwa jika dinilai berdasarkan Newmann's Error Analysis, mahasiswa banyak melakukan kesalahan dalam tahap *process skill*. Hal ini disebabkan karena kurangnya kemampuan aljabar dasar dan kemampuan mencari turunan fungsi. Untuk itu dosen perlu menerapkan beberapa teknik atau metode agar kesalahan tidak terjadi lagi dan pemahaman konsep mahasiswa menjadi sempurna.

4.2. Saran

Beberapa metode yang disarankan untuk dilakukan adalah metode pembelajaran yang berfokus pada kesalahan konsep mahasiswa. Salah satu contohnya adalah metode *erroneous example* ([Booth et al., 2013]). Metode ini memberikan kesempatan pada siswa untuk melihat jawaban yang salah pada suatu permasalahan kemudian mencaritahu letak kesalahan jawaban tersebut.

Referensi

- [Abdullah et al., 2015] Abdullah, A. H., Abidin, N. L. Z., and Ali, M. (2015). Analysis of students errors in solving higher order thinking skills (hots) problems for the topic of fraction. *Asian Social Science*, 11(21):133.
- [Booth et al., 2013] Booth, J. L., Lange, K. E., Koedinger, K. R., and Newton, K. J. (2013). Using example problems to improve student learning in algebra: Differentiating between correct and incorrect examples. *Learning and Instruction*, 25:24–34.
- [Chew Yee Ming and Shien, 2017] Chew Yee Ming, Chng Pei Eng, N. S. F. and Shien, N. K. (2017). Undergraduates error patterns and misconceptions in further differential equations. *International Academic Research Journal of Social Science*, 3(1):65–70.
- [Junaedi, 2014] Junaedi, I. (2014). *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 3(2):125–133.
- [Luneta and Makonye, 2010] Luneta, K. and Makonye, P. J. (2010). Learner errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in south africa. *Acta Didactica Napocensia*, 3(3):35–46.
- [Muzangwa and Chifamba, 2012] Muzangwa, J. and Chifamba, P. (2012). Analysis of errors and misconceptions in the learning of calculus by undergraduate students. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2):1–10.
- [Nasution, 2017] Nasution, N. B. (2017). Penerapan pembelajaran kooperatif tipe stad dengan permainan bingo untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mencari turunan dan integral fungsi. *Delta: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(1):33–40.
- [Prakitipong and Nakamura, 2006] Prakitipong, N. and Nakamura, S. (2006). Analysis of mathematics performance of grade five students in thailand using newman procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, 9(1):111–122.

-
- [White, 2005] White, A. L. (2005). Active mathematics in classrooms finding out why children make mistakes-and then doing something to help them. *Square one*, 15(4):15–19.