

Geostatistik *Mineral Matter* Batubara Pada Tambang Air Laya

Surya Amami P^a, Masagus Ahmad Azizi^b

^aProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI

Jl. Perjuangan No 1 Cirebon, amamisurya@gmail.com

^b Program Studi Teknik Pertambangan FTKE Universitas Trisakti

Jl. Kyai Tapa No 1, Grogol, Jakarta Barat, masagus.azizi@gmail.com

ABSTRAK

Potensi batubara kokas sangat terbatas di dalam negeri mengingat produk ini merupakan jenis batubara peringkat tinggi (high rank coal) dan memiliki harga jual 2 hingga 3 kali harga batubara untuk kebutuhan pembangkit listrik. Nilai kalori dan kadar zat terbang adalah bagian dari indikator batubara kokas, yang ditentukan oleh mineral matter.

Perkembangan harga batubara kokas yang cukup tinggi saat ini, bervariasi dari 80 hingga 120 US Dollar per ton baik di pasaran domestik maupun internasional maka akan sangat menguntungkan bila potensi batubara kokas yang dimiliki pertambangan batubara dapat dikelola dan dikembangkan. Salah satu faktor yang mempengaruhi harga batubara adalah *mineral matter*. Dalam statistika salah satu metode untuk menaksir kandungan *mineral matter* ini adalah metode *ordinary kriging*. Sebelum menggunakan metode ini, data dipastikan harus stasioner, kemudian ditentukan model estimasi yang sesuai untuk menaksir *mineral matter*.

Kata Kunci : batu bara, *mineral matter*, geostatistik, kriging.

ABSTRACT

Potential coking coal in the country has limited, considering that this product is a kind of high rank coal and has a selling price of 2 to 3 times the price of coal for electricity generation needs. Calorific value and volatile matter is part of the indicator of coking coal, which is determined by the mineral matter.

The development of coking coal prices are quite high at this time, varying from 80 to 120 U.S. dollar per ton in both the domestic and international market. It will be very profitable if potential coking coal owned by coal mining can be managed and developed. One of the factors that affect the price of coal is mineral matter. In one of the statistical methods to estimate the mineral matter is ordinary kriging method. Before using this method, the data must be sured stationary, then determined the appropriate estimation model for imating mineral matter.

Keyword : coal, mineral matter, geostatistical, kriging.

Pendahuluan

Melihat perkembangan harga batubara kokas yang cukup tinggi saat ini dengan harga jual 2-3 kali harga batubara untuk kebutuhan pembangkit listrik, maka akan sangat menguntungkan bila potensi batubara kokas yang dimiliki pertambangan batubara dapat dikelola dan dikembangkan. Salah satu faktor yang mempengaruhi harga batubara adalah kualitas dari batubara, semakin baik kualitasnya semakin tinggi harganya.

Kualitas batubara merupakan sifat fisika dan kimia dari batubara yang mempengaruhi potensi kegunaannya. Kualitas batubara kokas ditentukan oleh Crucible Swelling Number (CSN), dilatasi, fluiditas, kandungan maseral, reflektan vitrinit, nilai kalori, dan kadar zat terbang (volatile matter).

Nilai kalori dan zat terbang ditentukan oleh kandungan mineral matter, yang dipengaruhi oleh kadar abu dan sulfur yang merupakan produk dari analisis proksimat. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk melihat geostatistik dari salah satu faktor yang mempengaruhi kualitas batubara tersebut, yaitu *mineral matter*, serta menaksir kadarnya.

Mineral matter adalah material inorganik yang terkandung di dalam batubara. Setelah pembakaran batubara, sebagian besar mineral matter tersebut akan tersisa

menjadi abu (*ash*), sedangkan sebagian kecil lainnya akan hilang menjadi gas terbang. Oleh sebab itu, untuk mengetahui besarnya kandungan mineral matter di dalam batubara dapat didekati dari data kadar abu (*ash content*) dan kandungan sulfurnya.

Sistem klasifikasi peringkat batubara ASTM umumnya menggunakan basis: bebas mineral matter (*mineral matter free*) untuk beberapa parameter kualitas yang terkait dengan peringkat batubara. Sehubungan dengan hal tersebut, kita harus mengetahui besarnya kandungan mineral matter di dalam batubara yang dapat dihitung berdasarkan rumus empiris Parr sebagai berikut:

Perhitungan dilakukan menggunakan program Microsoft Excel dari data kandungan abu dan sulfur yang terlebih dahulu sudah ditabulasi.

Salah satu metode dalam statistika untuk

$$MM = 1.08 * Ash + 0.55 * Sulfur$$

menaksir *mineral matter* ini adalah metode *ordinary kriging*. Metode ini dapat dilakukan apabila data yang ada merupakan data yang bersifat stasioner. Suatu data dikatakan stasioner apabila data tersebut tidak memiliki kecenderungan terhadap trend tertentu. Atau dengan kata lain, apabila fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata – rata yang konstan, tidak

tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Terdapat 3 macam stasioneritas dalam geostatistika, yaitu: (Delfiner, 1996 : 16)

1. Stasioner kuat

Variabel random $Z(s)$ dikatakan stasioner kuat atau *strict stationarity* jika fungsi distribusi dari $(z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_t))$ dan $(z(s_{1+h}), z(s_{2+h}), \dots, z(s_{t+h}))$ sama untuk sebarang nilai h , dengan h merupakan suatu konstan dan t adalah pengamatan.

2. Stasioner lemah

Pada stasioner lemah (*second order stationarity*), diasumsikan bahwa $E(Z(s)) = m$. Berarti nilai ekspektasi akan konstan untuk suatu lokasi s , sehingga akan mengakibatkan $E(Z(s)) = E(Z(s+h))$ dan kovariansi hanya bergantung pada jarak h dan tidak bergantung pada lokasi s , $C(h) = \sigma^2$

3. Stasioner intrinsik

Suatu variabel random dikatakan stasioner intrinsik apabila memenuhi persamaan berikut:

- $E[Z(s+h) - Z(s)] = 0$
- $Var[Z(s+h) - Z(s)] = 2\gamma(h)$

Dengan menggunakan asumsi stasioner lemah dan stasioner intrinsik yang diasumsikan, maka dapat dituliskan hubungan antara variogram dengan simbol $2\gamma(h)$ dan covariansinya sebagai berikut:

$$2\gamma(h) = 2C(0) - 2C(h)$$

Dari bentuk di atas diperoleh hubungan antara semivariogram dengan simbol $\gamma(h)$ dan covariansinya adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h).$$

Variogram ($2\gamma(h)$) merupakan salah satu alat statistika yang digunakan untuk menggambarkan dan memodelkan hubungan spasial antar variabel ter regionalisasi. Sedangkan semivariogram $\gamma(h)$ adalah setengah dari variogram.

Semivariogram ($\gamma(h)$) yang didefinisikan dalam makalah ini adalah semivariogram eksperimental karena merupakan semivariogram yang diperoleh dari data yang diketahui atau yang diamati.

Rumus perhitungan semivariogram eksperimental, yaitu

$$\gamma^*(h) =$$

$$\frac{1}{2|N(h)|} \sum_{(s_i, s_j) \in N(h)} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2$$

dimana

$$N(h) = \{(s_i, s_j), d(s_i, s_j) = h\}$$

s_i : Lokasi-lokasi sampel

$\gamma^*(h)$: semivariogram eksperimental

$Z(s_i)$: Nilai dari suatu variabel pada lokasi s_i

Jika $\gamma(h)$ hanya bergantung pada jarak h , maka $\gamma(h)$ dinamakan semivariogram isotropik. Sedangkan jika $\gamma(h)$ bergantung pada jarak h dan arah θ , maka $\gamma(h)$ disebut semivariogram anisotropik.

Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam perhitungan semivariogram eksperimental, yaitu

- a. Bila sampel hilang dari pola reguler, nilai sampel yang hilang tersebut tidak perlu diinterpolasi dengan mengambil meannya atau menggantinya dengan nilai 0.
- b. Bila data iregular, maka variogram dihitung untuk kelas jarak dengan toleransi tertentu

Untuk menghitung semivariogram eksperimental perlu diperhatikan arah dan panjang jarak antar titik sampel, dengan kata lain perlu diperhatikan jarak dan arah h .

Berikut merupakan model-model variogram yang sering digunakan :

- a. Model Linear

$$\gamma(h) = C_0 + \beta h$$

dengan

C_0 : *Nugget effect*

β : koefisien dari h

h : Jarak

- b. *Nugget Effect*

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & h = 0 \\ C, & h > 0 \end{cases}$$

- c. Model Sferikal

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ C, & |h| \geq a \end{cases}$$

- d. Model Eksponensial

Pada model eksponensial terjadi peningkatan dalam semivariogram yang sangat curam dan mencapai nilai sill secara asimtotik, dirumuskan sebagai berikut,

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp - \left(\frac{|h|}{a} \right) \right)$$

- e. Model Gaussian

Model Gaussian merupakan bentuk kuadrat dari eksponensial sehingga menghasilkan bentuk parabolik pada jarak yang dekat, dirumuskan sebagai berikut;

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp - \left(\frac{|h|}{a} \right)^2 \right)$$

Dengan $C = \text{sill}$, $h = \text{jarak}$, dan $a = \text{range}$.

Setelah menghitung semivariogram eksperimental, dan menyeleksi model variogram yang sesuai dengan variogram eksperimental, kita dapat melakukan proses kriging. Kriging merupakan metode estimasi nilai suatu variabel pada titik atau blok yang tidak ada nilai sampelnya dengan menggunakan kombinasi linear dari variabel-variabel yang telah diketahui.

Tujuan kriging yaitu,

- a. Mencari penaksir tak-bias linear terbaik
- b. Memilih rata-rata berbobot dari nilai sampel yang memiliki variansi minimum
- c. Interpolasi spasial

Kriging terdiri dari dua jenis, yaitu *ordinary kriging* (OK) dan *simple kriging* (SK). *Ordinary kriging* digunakan jika

meandari data tidak diketahui, dan *simple kriging* digunakan jika mean dari data diketahui. Dalam pembahasan berikutnya, jenis kriging yang digunakan dalam penelitian ini adalah *ordinary kriging* (OK).

Ordinary kriging (OK) merupakan metode kriging paling sederhana yang terdapat pada geostatistika. Pada *Cressie ordinary kriging* berhubungan dengan prediksi spasial dengan dua asumsi:

Asumsi model :

$Z(s) = m + \varepsilon(s)$ dengan m tidak diketahui.

Asumsi prediksi :

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \text{ dengan } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

dimana

$\varepsilon(s)$: nilai error dari $Z(s)$

n : banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi.

Sifat – sifat *ordinary kriging* yaitu:

1. Linear

Diperoleh suatu persamaan pada metode *ordinary kriging* adalah sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

Dari persamaan diatas, $\hat{Z}(s)$ dapat dikatakan estimator yang bersifat linear karena merupakan fungsi linear dari $Z(s)$.

Terdapat n pengukuran pada lokasi 1, 2, 3, ..., n dinyatakan sebagai berikut $Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_n)$. Berdasarkan data yang tersampel, akan diestimasi $Z(s)$ pada lokasi yang tidak tersampel yang

dinyatakan dalam $Z(s_0)$. Selanjutnya akan disusun variabel random untuk menggambarkan estimator dari error, yaitu

$$\hat{e}(s_0) = \hat{Z}(s_0) - Z(s_0)$$

2. Unbiased

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa $\hat{Z}(s)$ merupakan estimator tak bias. Dapat dipastikan bahwa error pada lokasi tertentu memiliki nilai ekspektasi 0 dengan menerapkan rumus untuk nilai ekspektasi pada kombinasi linear terhadap persamaan berikut,

$$\hat{e}(s_0) = \hat{Z}(s_0) - Z(s_0)$$

sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} E(\hat{e}(s_0)) &= \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i)) - E(Z(s_0)) \end{aligned}$$

Dengan asumsi bahwa fungsi random bersifat stasioner, dimana setiap nilai ekspektasi boleh dituliskan sebagai $E(Z)$ sehingga diperoleh:

$$E(\hat{e}(s_0)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z) - E(Z)$$

Karena $E(\hat{e}(s_0)) = 0$, maka

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Selanjutnya,

$$E(\hat{Z}(s)) = E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right)$$

$$E(\hat{Z}(s)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i))$$

$$E(\hat{Z}(s)) = m$$

Berdasarkan penjabaran di atas, maka diperoleh $E(\hat{Z}(s)) = m = E(Z(s))$. Ini berarti *ordinary kriging* menghasilkan estimator yang tak bias dengan

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

3. Best

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa metode *ordinary kriging* bersifat *best* yaitu dengan meminimumkan variansi error.

Dengan mengasumsikan

bahwa $Var(Z(s_0)) = \sigma^2$, sehingga

$$\begin{aligned} Var(\hat{e}(s_0)) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &= Var(\hat{Z}(s_0)) + \sigma^2 \\ &\quad - 2Cov(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)) \end{aligned}$$

Dimana,

$$Var(\hat{Z}(s_0)) = Var\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right)$$

dan

$$\begin{aligned} Cov(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)) \\ = \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} Var(\hat{e}(s_0)) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j Cov(Z(s_i), Z(s_j)) + \sigma^2 \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned}$$

dengan syarat $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Setelah melakukan penjabaran di atas, maka dapat dicari nilai minimum dari variansi error menggunakan *lagrange multiplier* dengan parameter *lagrange* $2m$ ($m = \text{mean}$).

Persamaan *lagrange multiplier* dinyatakan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} F(\lambda, m) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &\quad + 2m\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1\right) \end{aligned}$$

Jika persamaan *lagrange multiplier* kita turunkan terhadap $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, maka diperoleh,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_j)) + m \\ = Cov(Z(s_j), Z(s_0)) \end{aligned}$$

dengan $j = 1, 2, \dots, n$

Jika persamaan *lagrange multiplier* kita turunkan terhadap m , diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Persamaan diatas dalam notasi matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ \vdots \\ C_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}$$

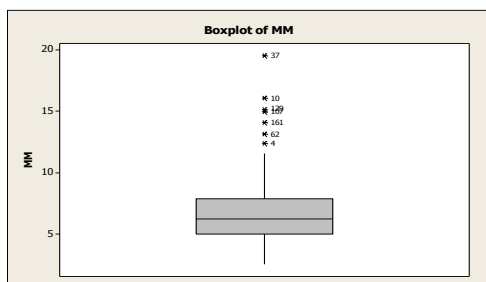
atau

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{01} \\ \gamma_{02} \\ \vdots \\ \gamma_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}$$

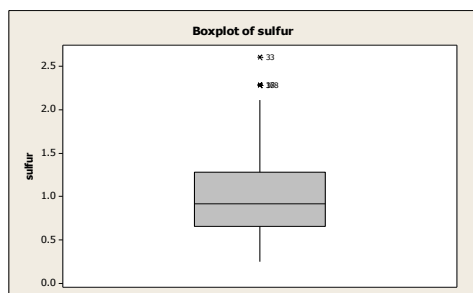
Variable	IQR	Skewness	Kurtosis
Kadar abu	2.500	1.73	4.59
Sulfur	0.6300	0.87	0.36
Mineral Matter	2.880	1.76	4.94

Gambar 2 Sari Numerik Data

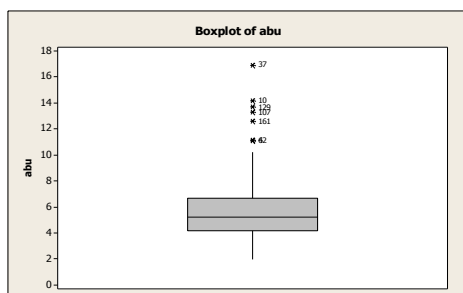
Berdasarkan gambar 2, *mineral matter*, sulfur, dan kadar abu, masing – masing memiliki mean 6,736; 0,9947; dan 5,73 dengan jumlah data 171 tanpa data hilang. Selanjutnya akan dilihat apakah terdapat pencilan pada masing – masing data.



Gambar 3a Boxplot *Mineral Matter*



Gambar 3b Boxplot sulfur



Gambar 3c Boxplot Kadar Abu

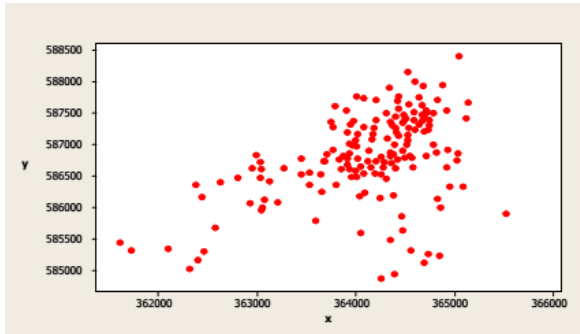
Berdasarkan gambar 3, terdapat pencilan pada masing – masing variabel. Pada data *mineral matter* terjadi pencilan di data 4, 10, 37, 62, 107, 129, dan 161, data sulfur terjadi pencilan di data 33, 37, dan 168, sedangkan data kadar abu terjadi pencilan di data 4, 10, 37, 62, 107, 129, dan 161. Untuk selanjutnya, seluruh data pencilan dihilangkan karena dapat berpengaruh pada perhitungan geostatistik selanjutnya. Setelah data outlier dihilangkan, berikut disajikan statistik deskriptif dari data tanpa pencilan (gambar 4). Dari statistik deskriptif tersebut terlihat bahwa mean dari *mineral matter*, kadar abu, dan sulfur masing – masing adalah 6,355; 0,9649; dan 5,393. Histogram dari data (gambar 5) menunjukkan seluruh variabel mengikuti distribusi normal dengan nilai skewness positif yang berarti data mengumpul di sebelah kiri nilai mean.

Sari Numerik: Kadar abu, Sulfur, Mineral Matter

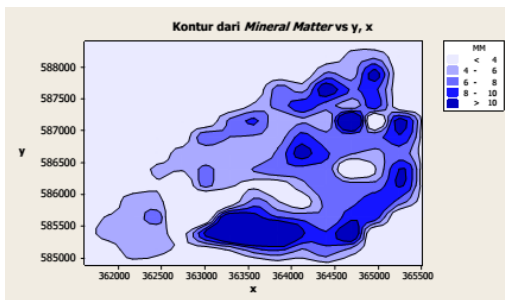
Variable	N	N*	Mean	SE Mean
Kadar abu	162	0	5.393	0.132
Sulfur	162	0	0.9649	0.0333
Mineral Matter	162	0	6.355	0.144
Variable	StDev	Variance	Minimum	Q1
Kadar abu	1.684	2.837	1.970	4.168
Sulfur	0.4237	0.1795	0.2500	0.6375
Mineral Matter	1.839	3.380	2.570	4.948
Variable	Median	Q3	Maximum	
Kadar abu	5.100	6.508	10.200	
Sulfur	0.8800	1.2625	2.1100	
Mineral Matter	6.135	7.610	11.550	
Variable	Range	IQR	Skewness	kurtosis
Kadar abu	8.230	2.340	0.57	-0.23
Sulfur	1.8600	0.6250	0.63	-0.44
Mineral Matter	8.980	2.662	0.54	-0.21

Gambar 4 Sari Numerik Data tanpa pencilan

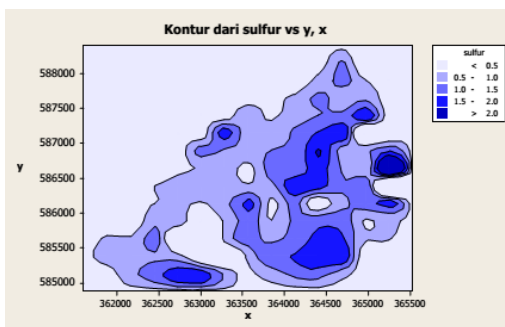
Sebaran titik koordinat data yang terobservasi disajikan pada gambar 6, sedangkan kontur dari masing – masing variabel disajikan pada gambar 7.



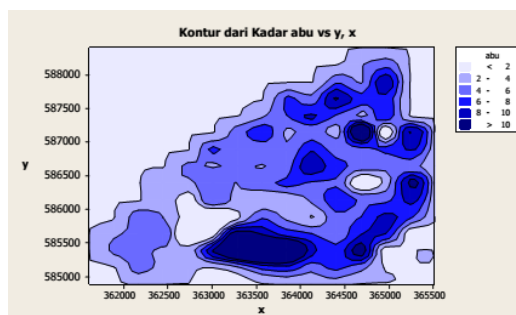
Gambar 5 Plot x dan y



Gambar 6a Kontur Mineral Matter

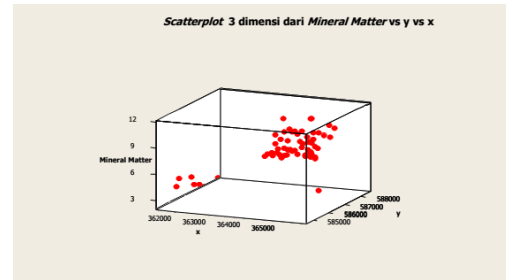


Gambar 6b Kontur Sulfur

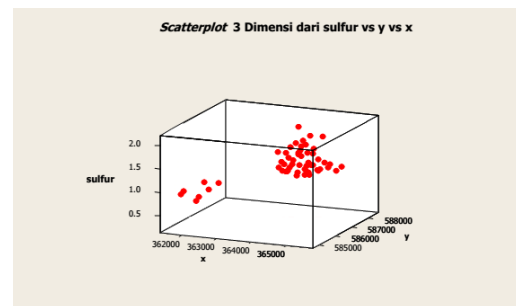


Gambar 6c Kontur Kadar Abu

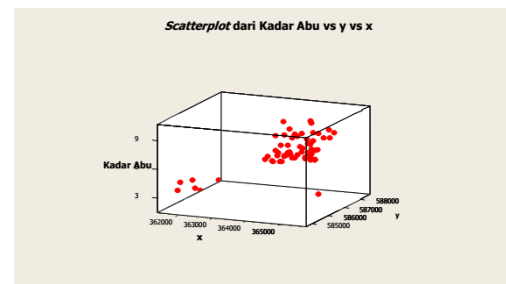
Berdasarkan gambar 7, pola data dari masing-masing variabel bersifat acak sehingga secara kualitatif dapat disimpulkan data bersifat stasioner.



Gambar 7a Scatterplot dari Mineral Matter



Gambar 7b Scatterplot dari sulfur



Gambar 7c Scatterplot dari Kadar Abu

Perhitungan variogram eksperimental dari masing – masing variabel dilakukan dengan menggunakan software *gs+*. Setelah nilai variogram eksperimental diperoleh, kemudian dilakukan *fitting* model semivariogram yang sesuai (menggunakan software *gs+*). Hasil *fitting* model ditunjukkan pada gambar 8.

Model	Nugget Co	Sill Co + C	Range Parameter Ao	Effective Range	Proportion C/(Co+C)	r2	RSS
☒ Spherical	2.69500	5.39100	6294.0000	6294.0000	0.500	0.704	1.40
☐ Exponential	2.70000	7.82000	7193.0000	21579.0000	0.655	0.701	1.41
☐ Linear	2.79393	4.68692	3424.9937	3424.9937	0.404	0.685	14.6
☐ Linear to sill	2.81000	6.76900	7251.0000	7251.0000	0.585	0.685	1.48
☐ Gaussian	3.01700	6.03500	3564.0000	6173.0291	0.500	0.666	1.60

Gambar 8a Fitting Model Semivariogram
Mineral Matter

Model	Nugget Co	Sill Co + C	Range Parameter Ao	Effective Range	Proportion C/(Co+C)	r2	R
☒ Spherical	0.05600	0.15900	308.0000	308.0000	0.648	0.005	0.0
☐ Exponential	0.13260	0.26620	8110.0000	24330.0000	0.502	0.494	0.0
☐ Linear	0.15843	0.15843	3424.9937	3424.9937	0.000	0.542	0.0
☐ Linear to sill	0.12940	0.25980	8110.0000	8110.0000	0.502	0.542	0.0
☐ Gaussian	0.14910	0.29920	8110.0000	14046.9320	0.502	0.714	0.0

Gambar 8b Fitting Model Semivariogram
Sulfur

Model	Nugget Cu	Sill Cu + C	Range Parameter Au	Effective Range	Proportion C/(Cu+C)	r2	r
☒ Spherical	2.35700	4.71500	7789.0000	7789.0000	0.500	0.726	0
☐ Exponential	2.36000	6.21500	7518.0000	22554.0000	0.620	0.721	0
☐ Linear	2.39771	3.82471	3424.9937	3424.9937	0.373	0.721	0
☐ Linear to sill	2.40200	5.41000	7251.0000	7251.0000	0.556	0.721	0
☐ Gaussian	2.59700	5.19500	4026.0000	6973.2366	0.500	0.723	0

Gambar 8c Fitting Model Semivariogram
Kadar Abu

Pada gambar 8a, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 1,4. Jadi model yang sesuai dari data *mineral matter* adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

dengan

$$C_0 + C = 5,391, \quad C_0 = 2.695 \text{ (nugget effect), } a = 6294.$$

Kurva semivariogram dari model *spherical mineral matter* disajikan pada gambar 9a.

Pada gambar 8b, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 0,0133. Jadi model yang sesuai dari data sulfur adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

dengan

$$C_0 + C = 0.159, \quad C_0 = 0.056 \text{ (nugget effect), } a = 308$$

Kurva semivariogram dari model *spherical Sulfur* disajikan pada gambar 9b.

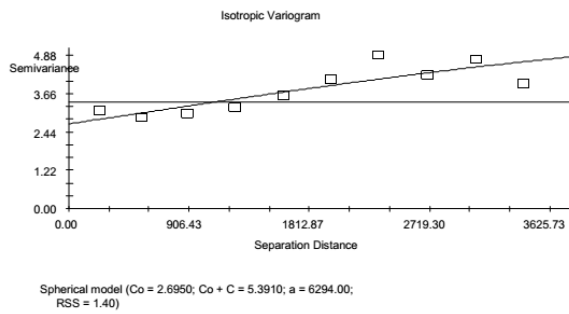
Pada gambar 8c, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 0,698. Jadi model yang sesuai dari data kadar abu adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

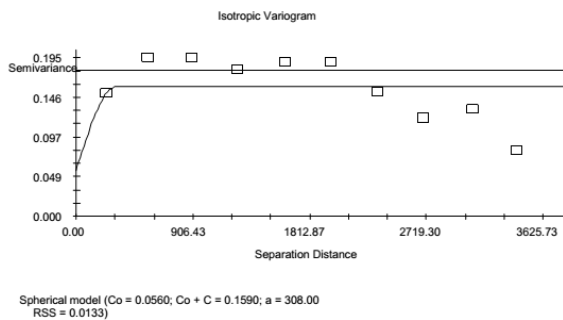
dengan

$$C_0 + C = 4,715, \quad C_0 = 2,3570 \text{ (nugget effect), } a = 7789$$

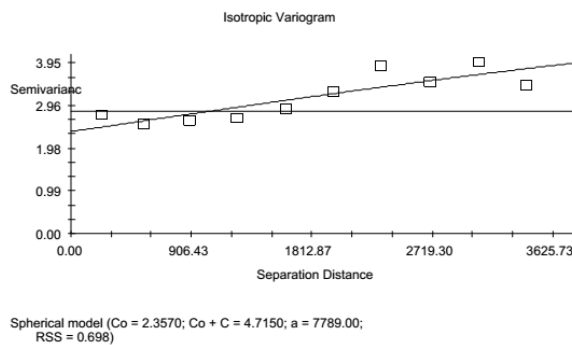
Kurva semivariogram dari model *spherical kadar abu* disajikan pada gambar 9c.



Gambar 9a Kurva Model *Spherical* Mineral Matter



Gambar 9b Kurva Model *Spherical* Sulfur



Gambar 9c Kurva Model *Spherical* Kadar Abu

Kontur dari hasil interpolasi disajikan pada gambar 11. Dari hasil estimasi akan dihitung nilai estimasi *mineral matter* menggunakan rumus empiris Parr dengan input kadar abu hasil interpolasi dan sulfur hasil interpolasi kriging. Kemudian dibandingkan nilai *mineral matter* hasil interpolasi kriging secara langsung dengan hasil perhitungan *mineral matter*

menggunakan rumus empiris Parr. Jumlah kuadrat error (SSE) dari mineral matter hasil interpolasi kriging dengan rumus empiris Parr dihitung dengan formula:

$$SSE = \sum_{i=1}^{3712} (MM1 - MM2)^2$$

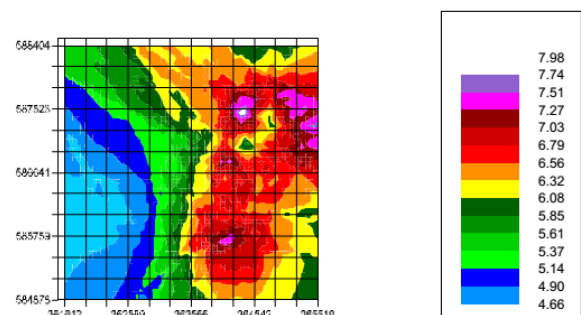
dimana

MM1 : *mineral matter* dengan menggunakan rumus empiris Parr

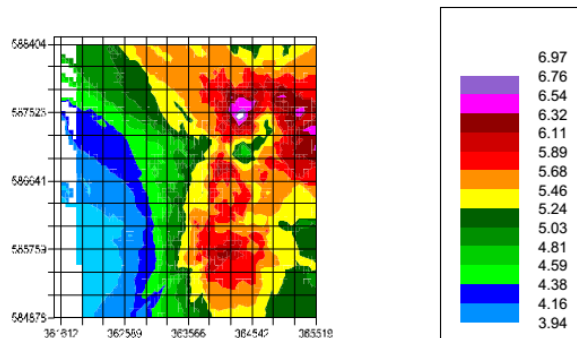
MM2 : *mineral matter* hasil interpolasi kriging.

Dengan menggunakan *Microsoft Excel* 2007, diperoleh nilai SSE yaitu 9,598855.

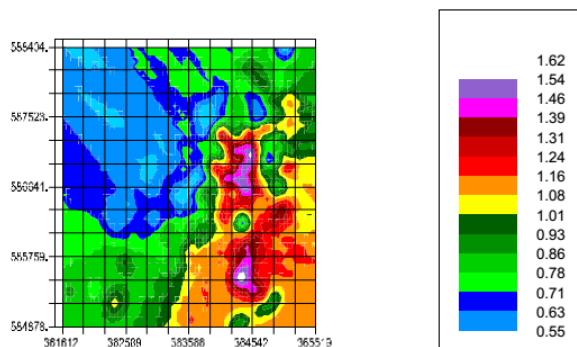
Dari hasil uji korelasi *pearson* antara MM1 dan MM2 (perhitungan menggunakan *Minitab* 14 dan disajikan pada gambar 11) diperoleh nilai korelasi sebesar 0,998, dan nilainya signifikan (karena $p\text{-value} < 0.05$). Jadi dapat disimpulkan bahwa perhitungan *mineral matter* menggunakan interpolasi kriging secara langsung ataupun menggunakan rumus empiris Parr dengan input kadar abu hasil interpolasi kriging dan sulfur hasil interpolasi kriging hasilnya tidak berbeda secara statistik.



Gambar 10a Kontur Mineral Matter Hasil Interpolasi *Kriging*



Gambar 10b Kontur Kadar Abu Hasil Interpolasi *Kriging*



Gambar 10c Kontur Sulfur Hasil Interpolasi *Kriging*

Korelasi antara Mineral Matter Hasil Kriging dengan Rumus Empiris Parr

Pearson correlation of Interpolasi and Rumus = 0.998
P-Value = 0.000

Gambar 11 Korelasi antara Mineral Matter Hasil *Kriging* dengan Rumus Empiris Parr

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa:

1. Nilai outlier pada data dihilangkan agar hasil perhitungan geostatistiknya lebih baik.
2. Data *mineral matter*, kadar sulfur dan kadar abu telah mengikuti sifat stasioner.

3. Model semivariogram eksperimental yang sesuai dari *mineral matter*, sulfur, dan kadar abu adalah model *spherical* dengan terdapat *nugget effect*.
4. Interpolasi data dapat dilakukan dengan *ordinary kriging* karena data telah stasioner.
5. Nilai *mineral matter* menggunakan interpolasi kriging dan rumus empiris Parr mempunyai korelasi yang tinggi yaitu 0,998.
6. Nilai estimasi *mineral matter* menggunakan interpolasi *kriging* dan rumus empiris Parr tidak jauh berbeda (sama secara statistik).

Pustaka

- Armstrong, M. 1998. *Basic Linear Geostatistics*. Berlin: Springer – Verlag.
- Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics For Spatial Data*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Delfiner, P. C. P. 1999. *Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty*. New York: John Wiley and Sons, Inc.