



HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY (HLT) PADA MATERI BANGUN RUANG SISI DATAR

^{1*)}Andika Nugraha Firmansyah, ²⁾Alan Rifqi Kamal, ³⁾Amalia Fitri, ⁴⁾Dewi Azizah

¹⁾*Yayasan Omah Sinau Sogan, Kota Pekalongan*

^{2,3,4)}*Pendidikan Matematika, Universitas Pekalongan*

*andhikan51@gmail.com

Abstract

Received :
12/01/2026

Accepted :
18/05/2026

Published :
17/07/2026

Many students still encounter difficulties when learning polyhedra, particularly in understanding the concepts of surface area and volume and applying them to solve contextual problems. These challenges suggest that instruction should support students in constructing mathematical ideas progressively rather than relying on memorization of formulas. This study aimed to develop a *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) based on *Realistic Mathematics Education* (RME) for learning polyhedra. A design research approach was adopted through three interconnected phases: *preliminary design*, *teaching experiment*, and *retrospective analysis*. The study began with curriculum analysis, a review of relevant literature, and an examination of students' anticipated ways of thinking to formulate an initial learning trajectory. The proposed trajectory was then implemented in classroom learning to capture students' responses, solution strategies, and learning difficulties. Qualitative data from the implementation were examined by comparing the intended learning trajectory with the trajectory that actually emerged during instruction. The findings indicate that contextual situations, supported by mathematical models and exploratory activities, enabled students to develop a more meaningful understanding of polyhedra concepts, including geometric elements, surface area, and volume. The resulting learning trajectory also provides insight into students' thinking processes and highlights learning obstacles encountered throughout the learning sequence. These findings may serve as a reference for teachers in designing geometry instruction that is more responsive to students' conceptual development.

Keywords: RME, *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), Bangun Ruang Sisi Datar

Abstrak

Kesulitan siswa dalam mempelajari bangun ruang sisi datar masih sering ditemukan, terutama ketika menentukan luas permukaan, volume, maupun menyelesaikan soal yang menuntut pemahaman konsep. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran perlu dirancang agar siswa dapat membangun konsep secara bertahap, bukan sekadar menghafal rumus. Penelitian ini bertujuan mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbasis *Realistic Mathematics Education* (RME) pada materi bangun ruang sisi datar. Penelitian menggunakan metode *design research* yang meliputi tahap *preliminary design*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Tahap awal diawali dengan analisis kurikulum, kajian pustaka, identifikasi dugaan cara berpikir siswa, serta penyusunan lintasan belajar hipotetik. Lintasan tersebut kemudian diimplementasikan dalam pembelajaran untuk memperoleh informasi mengenai respons, strategi, dan kesulitan yang dialami siswa. Seluruh data dianalisis secara kualitatif dengan membandingkan lintasan belajar yang dirancang dan lintasan belajar yang muncul selama pembelajaran berlangsung. Hasil penelitian memperlihatkan bahwa penggunaan konteks yang dekat dengan kehidupan siswa, didukung model dan aktivitas eksploratif, membantu siswa membangun pemahaman mengenai unsur bangun ruang, luas permukaan, dan volume secara lebih bertahap. Selain menghasilkan lintasan belajar yang dapat digunakan sebagai acuan pembelajaran, penelitian ini juga mengidentifikasi berbagai strategi berpikir serta hambatan belajar yang muncul pada setiap aktivitas. Temuan tersebut diharapkan dapat menjadi referensi bagi guru dalam merancang pembelajaran geometri yang lebih bermakna dan sesuai dengan karakteristik berpikir siswa.

Kata Kunci: RME, *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), Bangun Ruang Sisi Datar

1. Pendahuluan

Bangun ruang sisi datar (BRSD) merupakan salah satu materi geometri yang dipelajari siswa kelas VIII pada semester genap. Materi ini meliputi identifikasi unsur-unsur bangun ruang, menentukan luas permukaan, menghitung volume prisma, limas, serta menyelesaikan permasalahan yang melibatkan bangun ruang gabungan. Walaupun konsep dasar bangun ruang telah dikenalkan sejak jenjang sekolah dasar, pada tingkat sekolah menengah pertama siswa dituntut tidak hanya mengingat rumus, tetapi juga memahami hubungan antarkonsep serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan berbagai permasalahan kontekstual. Dalam hal ini, pembelajaran BRSD memerlukan pemahaman konseptual, kemampuan visualisasi spasial, dan penalaran geometri yang baik.

Berbagai penelitian menunjukkan bahwa BRSD masih menjadi salah satu materi yang sulit dipahami siswa. (Hasibuan, 2018) melaporkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menentukan luas permukaan prisma dan limas serta menyelesaikan soal yang berkaitan dengan volume limas. Kesulitan tersebut dipengaruhi oleh rendahnya minat dan motivasi belajar matematika, kemampuan awal siswa yang beragam, serta kurangnya kebiasaan mengulang kembali materi yang telah dipelajari. Sejalan dengan itu, (Chintia et al., 2021) menemukan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kubus. Kesulitan tersebut disebabkan oleh kurangnya ketelitian dalam membaca dan memahami soal, kesalahan dalam menerapkan konsep, serta rendahnya kemampuan spasial siswa dalam membayangkan bentuk tiga dimensi. Temuan-temuan tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran BRSD tidak cukup hanya berorientasi pada penguasaan rumus, tetapi perlu dirancang sedemikian rupa sehingga mampu membantu siswa membangun pemahaman konsep secara bertahap.

Pembelajaran matematika adalah belajar dengan mengaitkan simbol-simbol, menghubungkan struktur untuk mendapatkan suatu pengertian dan mengaplikasikan konsep ke situasi nyata sehingga arah belajar matematika pada umumnya menuju arah pengabstrakan yang semakin kompleks, berpikir logis, dan rasional (Azizah & Rahmawati, 2023; Situmorang, 2019). Untuk mengoptimalkan pembelajaran matematika maka seorang guru harus memperhatikan pemilihan dan penggunaan pendekatan pembelajaran (Srivani & Abirami, 2024; Viberg et al., 2023). Penggunaan pendekatan dalam pembelajaran dikemas dan dirancang untuk mendapatkan optimalisasi kegiatan pembelajaran.

Pendekatan pembelajaran merupakan kegiatan yang dilakukan oleh seorang guru dalam memilih kegiatan pembelajaran (Cueva & Inga, 2022). Pendekatan dalam pembelajaran sebagai kegiatan untuk mempermudah guru dalam memberikan pembelajaran (Abuhassna & Alnawajha, 2023; Cueva & Inga, 2022). Sedangkan bagi siswa pendekatan pembelajaran bermanfaat untuk mempermudah mereka dalam memahami materi ajar dan menjaga suasana dalam kegiatan belajar. Guru perlu memilih pendekatan pembelajaran yang tidak hanya menyampaikan materi, tetapi juga memfasilitasi siswa untuk mengonstruksi pengetahuannya sendiri (Bhardwaj et al., 2025; Fiorella, 2023). Pendekatan pembelajaran yang tepat akan membantu guru merancang pengalaman belajar yang bermakna sekaligus membantu siswa mengembangkan pemahaman konseptual yang lebih mendalam.

Salah satu penyebab rendahnya pemahaman konsep matematika adalah proses pembelajaran yang masih didominasi oleh guru sehingga siswa cenderung menerima informasi secara pasif (Siregar, 2025; Zhang & Star, 2026). Kondisi tersebut menunjukkan pentingnya pengembangan desain pembelajaran yang mampu melibatkan siswa secara aktif melalui penggunaan konteks yang dekat dengan kehidupan mereka (Nursyahidah et al., 2020). Salah satu pendekatan yang sesuai adalah *Realistic Mathematics Education* (RME). RME merupakan teori pembelajaran matematika yang menempatkan situasi kontekstual sebagai titik awal pembelajaran sehingga siswa dapat membangun kembali konsep matematika melalui proses matematisasi progresif (Johar et al., 2025; Tessema et al., 2025). Karakteristik utama RME meliputi penggunaan konteks, penggunaan model, kontribusi siswa, interaktivitas, dan keterkaitan antarkonsep (Gravemeijer, 1994). Dalam perkembangannya, RME dipandang sebagai teori pembelajaran yang memfasilitasi siswa bergerak dari pengetahuan informal menuju konsep matematika formal melalui aktivitas matematisasi yang bermakna. Prinsip tersebut diwujudkan melalui *guided reinvention*, *didactical phenomenology*, dan *emergent models* sehingga siswa memperoleh kesempatan untuk membangun sendiri konsep matematika berdasarkan pengalaman belajarnya.

implementasi RME umumnya diwujudkan melalui penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). Menurut Martin Simon, HLT merupakan hipotesis mengenai lintasan belajar yang diperkirakan akan ditempuh siswa selama proses pembelajaran. HLT terdiri atas tiga komponen utama, yaitu tujuan pembelajaran (*learning goals*), aktivitas pembelajaran (*learning activities*), serta hipotesis mengenai bagaimana pemikiran dan

pemahaman siswa berkembang selama mengikuti aktivitas tersebut. Dengan demikian, HLT tidak hanya berfungsi sebagai rancangan pembelajaran, tetapi juga sebagai alat bagi guru dan peneliti untuk mengantisipasi berbagai kemungkinan strategi, kesalahan, dan hambatan belajar (*learning obstacles*) yang muncul selama proses pembelajaran. Karena bersifat hipotetik, HLT akan terus direvisi berdasarkan hasil implementasi melalui proses *teaching experiment* dan *retrospective analysis*.

Karakteristik materi BRSD sangat sesuai dikembangkan menggunakan HLT berbasis RME. Materi ini menuntut siswa melakukan transisi dari representasi konkret menuju representasi formal melalui aktivitas visualisasi, eksplorasi bentuk, serta penalaran spasial. Penggunaan konteks nyata dalam RME memungkinkan siswa membangun konsep bangun ruang secara bertahap, sedangkan HLT membantu guru memprediksi perkembangan cara berpikir siswa pada setiap aktivitas pembelajaran sehingga proses belajar dapat berlangsung lebih sistematis dan sesuai dengan karakteristik kognitif siswa.

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengembangkan HLT berbasis RME pada berbagai materi matematika, seperti bilangan, pecahan, statistika, peluang, dan geometri. Namun, sebagian besar penelitian tersebut lebih menitikberatkan pada implementasi aktivitas pembelajaran atau peningkatan hasil belajar siswa. Kajian yang secara khusus mendokumentasikan lintasan belajar siswa pada materi bangun ruang sisi datar mulai dari identifikasi unsur-unsur bangun ruang, penemuan konsep luas permukaan, penurunan konsep volume prisma dan limas, hingga penyelesaian masalah pada bangun ruang gabungan masih relatif terbatas. Selain itu, penelitian yang mendeskripsikan secara rinci prediksi strategi berpikir siswa beserta kemungkinan *learning obstacles* pada setiap tahapan pembelajaran juga belum banyak dilaporkan. Oleh karena itu, penelitian ini menawarkan kebaruan berupa pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* berbasis *Realistic Mathematics Education* yang mendeskripsikan secara sistematis perkembangan lintasan belajar siswa pada materi bangun ruang sisi datar.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan mengembangkan dan mendeskripsikan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada materi bangun ruang sisi datar melalui tahapan *preliminary design*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Hasil penelitian diharapkan menghasilkan lintasan belajar yang dapat menjadi acuan bagi guru dalam merancang pembelajaran bangun ruang sisi datar, memahami perkembangan cara berpikir siswa, mengantisipasi berbagai hambatan belajar yang

mungkin muncul, serta membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang lebih mendalam terhadap materi bangun ruang sisi datar.

2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah *design research*. Menurut (Gravemeijer, 1994), *design research* adalah metode penelitian yang dilakukan dengan tujuan untuk mengembangkan *local instruction theory* (LIT) untuk meningkatkan kualitas pembelajaran. Metode ini memiliki 3 tahapan yaitu *preliminary design*, *design experiment* dan *retrospective analysis*.

Preliminary design atau tahap persiapan merupakan tahap pertama dalam penelitian ini. Pada tahapan ini peneliti melakukan kajian literature terkait kompetensi dasar, indikator pencapaian materi, isi materi, konteks dan metode penelitian. Kajian literature ini dilakukan sebagai dasar pengembangan HLT berupa rangkaian aktifitas, tujuan dan hipotesis cara berfikir siswa. Tahap kedua yaitu *design experiment*. Pada tahapan ini peneliti melakukan penerapan HLT yang telah disusun kepada sekelompok siswa yang memiliki kemampuan yang berbeda. Pada tahap ini serangkaian aktifitas pembelajaran dilakukan. Lalu penelitian mengobservasi dan menganalisa hal-hal yang terjadi selama proses pembelajaran berlangsung. Tahap ketiga adalah *retrospective analysis*. Pada tahapan ini peneliti menganalisa semua data yang diperoleh dari serangkaian aktivitas pembelajaran. HLT yang disusun dibandingkan dengan pembelajaran siswa yang sebenarnya. Tujuan dari tahapan ini adalah untuk mengembangkan *local instructional theory* (LIT). Subyek pada penelitian ini adalah 5 siswa kelas VIII di sebuah madrasah tsanawiyah yang berbasis pondok pesantren di Kota Pekalongan. Penelitian dilakukan pada semester genap tahun pelajaran 2021/2022. Secara rinci penelitian dimulai pada Senin, 23 Mei 2022 hingga Jumat, 10 Juni 2022.

3. Hasil dan Pembahasan

Tahap pertama *design research* adalah *preliminary design* atau tahap persiapan. Pada tahapan ini peneliti melakukan kajian literature terkait kompetensi dasar, indikator pencapaian materi, isi materi, konteks dan metode penelitian. Kajian literature ini dilakukan sebagai dasar pengembangan HLT berupa rangkaian aktifitas, tujuan dan hipotesis cara berfikir siswa.

Hasil kajian literature yang dilakukan, pada materi bangun datar sisi ruang terdapat KD 3.7 membedakan dan menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi

datar (prisma dan limas) dengan beberapa IPKD yaitu: 1) menyebutkan unsur-unsur prisma, 2) menyebutkan unsur-unsur limas, 3) menjelaskan perbedaan unsur-unsur prisma dan limas, 4) membuat jaring-jaring prisma, 5) membuat jaring-jaring limas, 6) menentukan luas permukaan prisma, 7) menentukan luas permukaan limas, 8) membandingkan luas permukaan prisma dan limas, 9) memahami rumus volume prisma, 10) memahami rumus volume limas, 11) menentukan volume prisma, 12) menentukan volume limas, dan 13) membandingkan volume prisma dan limas.

Selanjutnya, HLT materi BRSD dirancang yang mencakup 5 karakteristik RME yaitu : 1) penggunaan konteks, konteks yang digunakan adalah bangunan miniature ka'bah yang biasa digunakan untuk kegiatan pondok pesantren, rubik kubus maupun limas yang biasa dimainkan siswa pada saat istirahat serta kardus bungkus makanan atau barang lainnya yang berbentuk prisma. 2) penggunaan model, peneliti menggunakan situasi untuk mengembangkan *model of*, *model for* hingga menuju matematika formal. 3) pemanfaatan hasil konstruksi siswa, siswa diberikan kesempatan untuk melakukan eksplorasi pengetahuan yang mereka miliki untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan (secara informal) untuk kemudian dipandu oleh guru agar mampu menemukan kembali penyelesaian menggunakan matematika formal. 4) interaktifitas, peneliti merancang pembelajaran agar terjadi interaksi antara guru dengan siswa dan siswa dengan siswa. 5) keterkaitan, peneliti mengaitkan materi bangun ruang sisi datar dengan materi lainnya seperti bangun datar. HLT materi bangun ruang sisi datar yang dikembangkan sebagai berikut.

Penjelasan aktifitas 1 pada HLT adalah sebagai berikut :

a. Indikator Pencapaian KD

3.7.1 Menyebutkan unsur-unsur prisma.

3.7.2 Menyebutkan unsur-unsur limas.

3.7.3 Menjelaskan perbedaan unsur-unsur prisma dan limas.

b. Tujuan pembelajaran

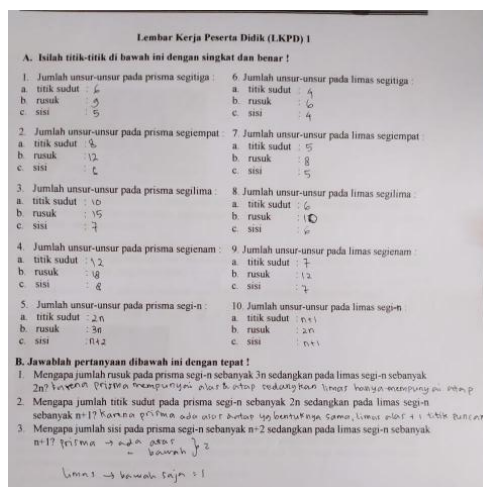
1. Setelah mengamati miniatur ka'bah dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu menyebutkan unsur-unsur prisma secara mandiri, teliti dan tepat.
2. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu menyebutkan unsur-unsur limas secara mandiri, teliti, dan tepat.
3. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu menjelaskan perbedaan unsur-unsur prisma dan limas secara mandiri, teliti, dan tepat.

c. Aktifitas

Pada aktifitas 1 kegiatan pembelajaran dibuka dengan salam, menanyakan kabar dan menjelaskan tujuan serta kegiatan pembelajaran. Kemudian siswa diminta mengamati miniature ka'bah dan rubik yang sudah disediakan. Dari benda tersebut siswa secara bergantian diminta mengidentifikasi dan menyebutkan unsur-unsurnya. Kemudian membuat sketsa kerangka bangun tersebut.

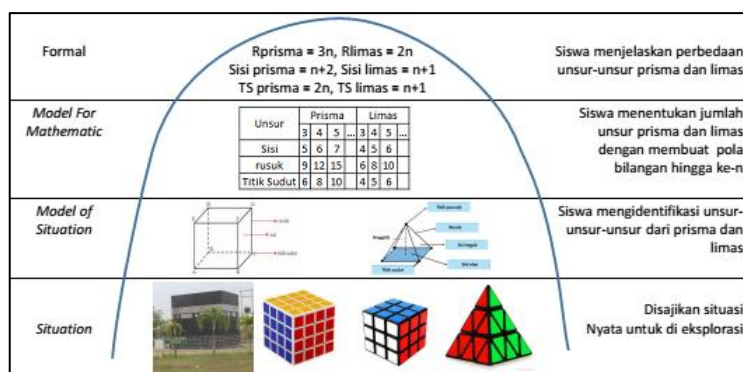
Kegiatan berikutnya adalah menentukan jumlah setiap unsurnya dari tiap bangun datar, mulai dari prisma dan limas segi tiga, segiempat, segi lima, segi enam dan segi-n yang membentuk pola bilangan. Dari rumus suku ke-n tersebut, siswa diminta menjelaskan penyebab perbedaan unsur-unsur prisma dan limas segi-n. Mengapa jumlah rusuk prisma segi-n sebanyak $3n$ sedangkan pada limas segi-n sebanyak $2n$? serta pertanyaan sejenis untuk menanyakan sisi dan titik sudut pada prisma dan limas segi-n.

Pada kegiatan ini siswa mampu membuat pola dan menjelaskan jawaban pada pertanyaan yang diberikan. Berikut adalah jawaban dari salah satu siswa.



Gambar 1. Contoh Jawaban Siswa pada LKPD 1

d. Hasil HLT



Gambar 2. Hypothetical Learning Trajectory

Penjelasan aktifitas 2 pada HLT adalah sebagai berikut :

a. Indikator Pencapaian KD

3.7.4 Membuat jaring-jaring prisma

3.7.5 Membuat jaring-jaring limas

3.7.6 Memahami konsep luas permukaan prisma

3.7.7 Memahami konsep luas permukaan limas

3.7.8 Menentukan luas permukaan prisma

3.7.9 Menentukan luas permukaan limas

b. Tujuan pembelajaran

1. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu membuat jaring-jaring prisma secara mandiri, teliti, dan tepat.
2. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu membuat jaring-jaring limas secara mandiri, teliti, dan tepat.
3. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu memahami luas permukaan prisma secara mandiri, teliti, dan tepat.
4. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu memahami luas permukaan limas secara mandiri, teliti, dan tepat
5. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu menentukan luas permukaan prisma secara mandiri, teliti, dan tepat.
6. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan siswa mampu menentukan luas permukaan limas secara mandiri, teliti, dan tepat.

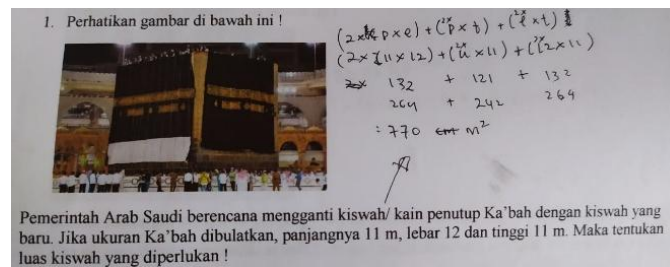
c. Aktifitas

Pada aktifitas 2 kegiatan pembelajaran dibuka dengan salam, menanyakan kabar, mengajak siswa untuk mengingat kembali kegiatan pembelajaran pada pertemuan sebelumnya dan menjelaskan tujuan serta kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan.

Pada aktifitas kali ini disediakan bungkus produk yang berbentuk prisma. Siswa diminta menentukan luas permukaan pada wadah produk tersebut. Kemudian siswa membongkar wadah tersebut sehingga membentuk jaring-jaring wadah. Dari jaring-jaring wadah tersebut siswa mengidentifikasi bangun datar yang ada dan mengingat kembali bagaimana cara mencari luas bangun datar tersebut. Dari sinilah terjadi proses keterkaitan. Yaitu keterkaitan antara luas permukaan dan luas bangun datar. Selanjutnya siswa membuat sketsa jaring-jaringnya dan menemukan konsep luas permukaan prisma dengan menjumlahkan luas bangun datar yang ada pada jaring-

jaringnya. hal serupa dilakukan pada bangun limas untuk kemudian tiap siswa menjelaskan temuannya kepada teman lainnya.

Aktifitas selanjutnya adalah pemberian latihan soal menggunakan konteks kain kiswah pada ka'bah. Pada tahapan ini siswa kesulitan menemukan jawabannya karena siswa tidak menggambarkan terlebih dahulu sketsa jaring-jaring dari ka'bah dan bagian mana saja dari jaring-jaring tersebut yang tertutup oleh kiswah. Berikut ini adalah jawaban dari salah satu siswa.



Gambar 2. Contoh Jawaban Siswa

d. Hasil HLT

Formal	$L \text{ perm prisma} = 2L_{\text{alas}} + (K_{\text{alas}} \times t_p)$ $L \text{ perm limas} = L_{\text{alas}} + (n \times L_{\text{segitiga}})$	Siswa mampu memahami konsep dan menentukan luas permukaan prisma dan limas
Model For Mathematic		Siswa memisahkan jaring-jaring menjadi beberapa bangun datar dan menjumlahkannya untuk menentukan luas permukaan
Model of Situation		Siswa mengeksplorasi alat peraga dengan membukanya menjadi jaring-jaring
Situation		Disajikan alat peraga/situasi nyata untuk di eksplorasi

Gambar 3. Hypothetical Learning Trajectory

Penjelasan aktifitas 3 pada HLT adalah sebagai berikut :

a. Indikator Pencapaian KD

3.7.10 Memahami rumus volume prisma

3.7.11 Menentukan volume prisma

b. Tujuan pembelajaran

1. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan peserta didik mampu memahami rumus volume prisma secara mandiri, teliti, dan tepat.
2. Setelah mengamati alat peraga dan melalui diskusi kelompok, diharapkan peserta didik mampu menentukan volume prisma secara mandiri, teliti, dan tepat.

c. Aktivitas

Pada aktifitas 3 kegiatan pembelajaran dibuka dengan salam, menanyakan kabar, mengajak siswa untuk mengingat kembali kegiatan pembelajaran pada pertemuan sebelumnya dan menjelaskan tujuan serta kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan.

Pada aktifitas ini disediakan rubik dengan ukuran berbeda dan tumpukan beberapa buku. Dari tumpukan buku ini siswa mencoba menemukan konsep volumenya yang berasal dari luas permukaan atau luas kertas pada buku yang dianggap bangun datar dikalikan sejumlah kertas yang ditumpuk atau halaman buku yang merupakan tinggi prisma. Pada aktifitas ini terjadi dua macam pendapat yaitu siswa yang mengasumsikan buku merupakan bangun datar sementara siswa lainnya menganggap bahwa buku bukan merupakan bangun datar karena masih memiliki ketebalan. Namun, siswa mampu memahami konsep volume prisma.

Kegiatan berikutnya adalah pemberian konteks permasalahan berupa aquarium yang akan diisi air dengan selisih 5 cm dari tingginya. Kemudian siswa diminta menentukan volume airnya. Pada kegiatan ini masih ada siswa yang melakukan kesalahan dengan mengurangi selisih air pada jawaban akhir sehingga volume yang ditemukan tidak tepat. Berikut ini jawaban dari siswa.

A. Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan benar !
1. Perhatikan sketsa akuarium di bawah ini !

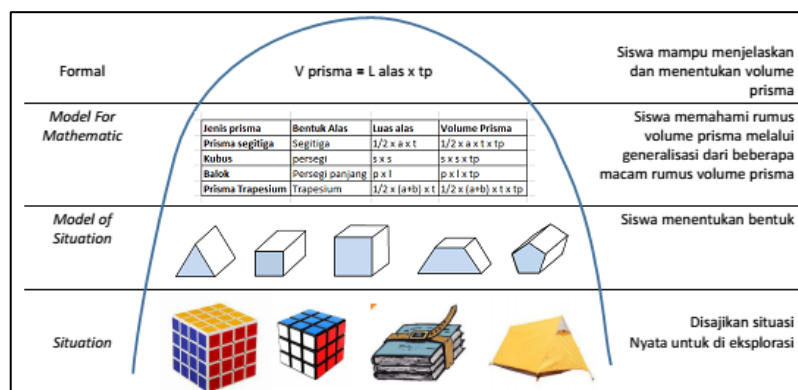


$80 \times 60 \times 40$
 $= 192000 - 5 = 191995 \text{ cm}^3$

Sebuah akuarium berukuran panjang = 80 cm, lebar = 60 cm, tinggi = 40 cm akan diisi air. Jika air yang diisi memiliki selisih 5 cm dari tinggi aquarium, tentukan volume air di dalam akuarium !

Gambar 4. Contoh Jawaban Siswa

d. Hasil HLT



Gambar 5. Hypothetical Learning Trajectory

Dari hasil HLT aktifitas 1, 2 dan 3 di atas diharapkan mampu memfasilitasi siswa dalam mempelajari materi bangun ruang sisi datar. Selain itu, pemilihan konteks dan media juga perlu diperhatikan agar sesuai dengan keadaan dan keseharian siswa. Sehingga siswa tidak kesulitan dalam memahami konteks. Karena pembelajaran matematika berbantuan kontes yang tepat dapat meningkatkan kemampuan pemahaman konsep dan menciptakan pembelajaran yang bermakna (Fahrurrozi et al., 2018; Fitri et al., 2023; Nursyahidah et al., 2020).

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini yaitu desain pembelajaran berupa lintasan belajar yang dihasilkan diawali dari konteks yang dekat dengan keseharian siswa yaitu ka'bah, rubik, bungkus produk dan akuarium. Kemudian membuat model dari situasi yang diberikan (*model of*) dan model matematikanya (*model for*) hingga tahap matematika formal.

Contoh sejenis juga perlu diberikan kepada siswa sebagai sarana berlatih menyelesaikan permasalahan matematika agar pemahaman dan kemampuan matematikanya berkembang. Dari semua aktifitas yang dilalui siswa, peneliti dapat menyimpulkan bahwa desain pembelajaran yang dikembangkan mampu membantu siswa dapat memahami materi bangun ruang sisi datar.

Pustaka

- Abuhassna, H., & Alnawajha, S. (2023). Instructional Design Made Easy! Instructional Design Models, Categories, Frameworks, Educational Context, and Recommendations for Future Work. *European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education*, 13(4), 715–735. <https://doi.org/10.3390/ejihpe13040054>
- Azizah, D., & Rahmawati, A. (2023). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Kelas X SMA 1 Wiradesa Menurut Teori Kastolan. *Circle: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 1–13. <https://doi.org/10.28918/circle.v3i1.351>
- Bhardwaj, V., Zhang, S., Tan, Y. Q., & Pandey, V. (2025). Redefining learning: student-centered strategies for academic and personal growth. *Frontiers in Education*, 10. <https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1518602>
- Chintia, M., Amelia, R., & Fitriani, N. (2021). ANALISIS KESULITAN SISWA PADA MATERI BANGUN RUANG SISI DATAR. *JPMI: Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 4(3), 579–586.

- Cueva, A., & Inga, E. (2022). Information and Communication Technologies for Education Considering the Flipped Learning Model. *Education Sciences*, 12(3), 207. <https://doi.org/10.3390/educsci12030207>
- Fahrurozi, A., Maesaroh, S., Suwanto, I., & Nursyahidah, F. (2018). Developing Learning Trajectory Based Instruction of the Congruence for Ninth Grade Using Central Java Historical Building. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 3(2), 78–85.
- Fiorella, L. (2023). Making Sense of Generative Learning. *Educational Psychology Review*, 35(2), 50. <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09769-7>
- Fitri, A., Azizah, D., & Chairunisa, K. (2023). Peningkatan Hasil Belajar Siswa Materi Pecahan Dengan Metode Matematika Gasing Berbantuan LKPD. *Afeksi: Jurnal Penelitian Dan Evaluasi Pendidikan*, 4(5), 543–550.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute.
- Hasibuan, E. K. (2018). ANALISIS KESULITAN BELAJAR MATEMATIKA SISWA PADA POKOK BAHASAN BANGUN RUANG SISI DATAR DI SMP NEGERI 12 BANDUNG. *AXIOM: Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, 7(1). <https://doi.org/10.30821/axiom.v7i1.1766>
- Johar, R., Fauzan, A., Sugiman, S., Anwar, L., Sa'dijah, C., & Khairunnisak, C. (2025). Developing local instruction theory through ethnomathematics and technological-based realistic mathematics education to support students' spatial ability. *Asian Journal for Mathematics Education*, 4(4), 553–587. <https://doi.org/10.1177/27527263251383572>
- Nursyahidah, F., Saputro, B. A., Albab, I. U., & Aisyah, F. (2020). Pengembangan Learning Trajectory Based Instruction Materi Kerucut Menggunakan Konteks Megono Gunung. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 47–58. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v9i1.591>
- Siregar, T. (2025). *Application of the Peer Tutoring Method in Enhancing Students' Mathematical Understanding and Learning Motivation*. <https://doi.org/10.20944/preprints202510.1627.v1>
- Situmorang, A. S. (2019). Perbedaan Pendekatan Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Software Dengan Pendekatan Open Ended Berbantuan Software Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis. *SEPREN: Journal of Mathematics Education and Applied*, 1(1), 1–6.
- Srivani, M., & Abirami, S. (2024). Design of a personalized cognitive layered framework for optimal extraction of mathematical teaching techniques. *Engineering*

Applications of Artificial Intelligence, 133, 108177.
<https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.108177>

Tessema, G., Michael, K., & Areaya, S. (2025). Pre-service mathematics teachers' mathematization process in solving geometry problems. *Discover Education*, 4(1), 358. <https://doi.org/10.1007/s44217-025-00551-1>

Viberg, O., Grönlund, Å., & Andersson, A. (2023). Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study. *Interactive Learning Environments*, 31(1), 232–243. <https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1770801>

Zhang, Y., & Star, J. R. (2026). Exploring the long-term effectiveness of student-centered pedagogies on mathematics performance and confidence. *Asian Journal for Mathematics Education*, 5(1), 72–92. <https://doi.org/10.1177/27527263261424452>

