

Teorema Titik Tetap Fungsi Demicontinuous Hampir Lipschitzian di Ruang Hilbert

Muhamad Najibufahmi^a, Nurul Aini^b

^aProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP UNIKAL
Jalan Sriwijaya No 3 Pekalongan, muhamadnajibufahmi@yahoo.com

^bProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP UNIKAL
Jalan Sriwijaya No 3 Pekalongan, nurul.aini00@yahoo.co.id

ABSTRAK

Tujuan paper ini adalah membangun teorema titik tetap untuk fungsi hampir Lipschitzian di ruang Hilbert dengan menggunakan ide pembuktian yang berbeda dibandingkan dengan Sahu (2005). Diberikan U himpunan bagian dari ruang Hilbert H dan $T: U \rightarrow U$ fungsi *demicontinuous* hampir Lipschitzian. Pertama, ditunjukkan jika ada himpunan tertutup C dari U sehingga $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq C$ untuk semua $x \in U$, maka fungsi T , dengan $\limsup_n k_n < \sqrt{2}$, mempunyai titik tetap. Selanjutnya, teorema masih valid meskipun kita perlemah syarat cukupnya menjadi $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq U$ untuk suatu $x \in U$, asalkan $\limsup_n k_n \leq 1$. Hasil pada paper ini memperumum hasil dari Browder (1965) sekaligus Yao (2012).

Kata kunci. Titik tetap, ruang Hilbert, fungsi hampir Lipschitzian, *demicontinuous*

ABSTRACT

The purpose of this paper is to establish fixed point theorems for nearly Lipschitzian mappings in Hilbert spaces, by using the different idea than Sahu (2005). Let U be a nonempty subset of Hilbert space H and let $T: U \rightarrow U$ be a demicontinuous nearly Lipschitzian mapping. We first show that if there exists a closed subset C of U such that $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq C$ for all $x \in U$, then T with $\limsup_n k_n < \sqrt{2}$ has a fixed point. Next, we prove that the theorem is still valid even we replace the assumption with $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq U$ for some $x \in U$ if $\limsup_n k_n \leq 1$. These results are the generalization of Browder (1965) and so Yang (2012)

Keywords. Fixed points, Hilbert spaces, nearly Lipschitzian mappings, demicontinuous

Pendahuluan

Pada paper ini, H menotasikan ruang Hilbert dengan hasil kali dalam membangkitkan norma $\|\cdot\|$. Diberikan U himpunan bagian dari ruang Hilbert H . Diperhatikan kembali, fungsi $T: U \rightarrow U$

dikatakan Lipschitzian apabila untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ ada $k_n > 0$ sehingga

$$\|T^n(x) - T^n(y)\| \leq k_n \|x - y\|$$

untuk semua $x, y \in U$. Apabila $k < 1$ maka fungsi T dikatakan kontraksi (*contraction*). Untuk $k = 1$, fungsi T dikatakan nonekspansif (*nonexpansive*).

Teorema titik tetap fungsi kontraksi dikenalkan oleh S. Banach (Sahu, 2005). Teorema tersebut dapat diaplikasikan pada bidang persamaan linear, persamaan diferensial, dan persamaan integral (Kreyszig, 1978). Pada tahun 1965, F.E. Browder mengenalkan teorema titik tetap fungsi nonekspansif di ruang Hilbert sebagai berikut.

Teorema 1.1 (Browder, 1965 dan Yang, 2012). *Diberikan U himpunan bagian terbatas, tertutup, dan konveks dari ruang Hilbert H . Untuk setiap fungsi nonekspansif $T: U \rightarrow U$ mempunyai titik tetap.*

Dengan menggunakan langkah pembuktian yang berbeda, C. Yang berhasil memberikan hasil yang sama (Yang, 2012). Aplikasi titik tetap fungsi nonekspansif dapat terapkan pada bidang *image recovery*, *convex feasibility problem*, dan *signal processing problem*, yang dapat dilihat di Byrne (2004), Combettes (1996), dan Kitahara dan Takahashi (1993) (Suantai dan Puengrattana, 2014).

Sampai saat ini banyak penulis yang telah berhasil membangun jenis-jenis fungsi sebagai perumuman fungsi Lipschitzian beserta dengan titik tetapnya. Diantaranya adalah Sahu (2005) yang mengenalkan pengertian fungsi hampir

Lipschitzian (pembaca dapat pula melihat Kirk (1974) dan Bruck, dkk (1993) untuk mengetahui jenis fungsi lainnya). Perlu diperhatikan, semua titik tetap yang dikenalkan oleh Sahu (2005) hanya untuk beberapa jenis fungsi hampir Lipschitzian (titik tetap untuk fungsi hampir k -Lipschitzian seragam, dengan $k > 1$ belum dapat dijamin). Dengan membangun teorema titik tetap fungsi tersebut, D.R. Sahu memperumum hasil dari Banach (1922) dan Weissinger (1958) (Sahu (2005)). Jadi, terdapat *open problem* untuk menemukan eksistensi titik tetap untuk **semua** jenis fungsi *demicontinuous* hampir Lipschitzian T untuk konstanta hampir Lipschitz $\eta(T^n)$ dengan $1 < \eta(T^n) < \delta$ (δ konstanta yang akan ditentukan pada syarat cukup setiap hasil pada paper ini).

Tujuan dari paper ini adalah melanjutkan penelitian dalam mencari eksistensi titik tetap fungsi hampir Lipschitzian. Berbeda dengan Sahu (2005), domain fungsi pada paper ini tidak diharuskan konveks dan tertutup, dan fungsi yang digunakan bersifat lebih umum, meskipun ruang kerja paper ini lebih terbatas. Diberikan U himpunan bagian dari ruang Hilbert H dan $T: U \rightarrow U$ fungsi *demicontinuous* hampir Lipschitzian. Pertama, ditunjukkan jika ada himpunan tertutup C dari U sehingga $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq C$ untuk semua

$x \in U$, maka fungsi T , dengan $\limsup_n k_n < \sqrt{2}$, mempunyai titik tetap.

Selanjutnya, teorema masih valid meskipun kita perlemah syarat cukupnya menjadi $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq U$ untuk suatu $x \in U$, asalkan $\limsup_n k_n \leq$

1. Hasil pada paper ini memperumum hasil dari Browder (1965) sekaligus Yang (2012).

Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada paper ini adalah studi pustaka. Penulis membaca, menelaah, dan merumuskan masalah dari literatur-literatur yang terkait teori titik tetap untuk fungsi bertipe Lipschitzian. Selanjutnya penulis mempelajari konsep ruang Hilbert dan berhasil menemukan ide untuk membangun teorema titik tetap untuk fungsi hampir Lipschitzian di ruang Hilbert. Ide tersebut diperoleh dengan melakukan sedikit modifikasi pada langkah pembuktian beberapa teorema titik tetap bersama untuk keluarga fungsi Lipschitzian di ruang Banach. Pembaca dapat melihat Ishihara dan Takahashi (1987) dan Ishihara (1989) untuk mengetahui ide tersebut.

Landasan Teori

Diberikan U himpunan bagian dari ruang Hilbert H dan barisan $\{a_n\}$ di $[0, \infty)$

dengan $a_n \rightarrow 0$. Mengikuti Sahu (2005), fungsi $T: U \rightarrow U$ dikatakan *hampir Lipschitzian relatif terhadap* (*nearly Lipschitzian with respect to*) $\{a_n\}$ apabila untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ terdapat $k_n \geq 0$ sehingga

$$\|T^n(x) - T^n(y)\| \leq k_n(\|x - y\| + a_n)$$

untuk semua $x, y \in U$.

Bilangan terkecil k_n sehingga pertidaksamaan di atas berlaku dinotasikan dengan $\eta(T^n)$ dan disebut konstanta hampir Lipschitz (*nearly Lipschitz constant*).

Mengikuti Sahu (2005), fungsi hampir Lipschitzian T dengan barisan $\{(a_n, \eta(T^n))\}$ dikatakan,

(i) hampir kontraksi (*nearly contraction*) jika $\eta(T^n) < 1$ untuk semua $n \geq 1$.

(ii) hampir nonekspansif (*nearly nonexpansive*) jika $\eta(T^n) \leq 1$ untuk semua $n \geq 1$.

(iii) hampir *asymptotically* nonekspansif jika $\eta(T^n) \geq 1$ untuk semua $n \geq 1$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} \eta(T^n) \leq 1$.

(iv) hampir k -Lipschitzian seragam (*nearly uniformly k -Lipschitzian*) jika $\eta(T^n) \leq k$ untuk semua $n \geq 1$.

(v) hampir k -kontraksi seragam (*nearly uniformly k -contraction*) jika $\eta(T^n) \leq k < 1$ untuk semua $n \geq 1$.

Contoh 3.1. Diberikan $H = \mathbb{R}$, $U = [0, 1]$, dan fungsi $T: U \rightarrow U$ sebagai

$$T(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{jika } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \\ 0 & \text{jika } x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]. \end{cases}$$

Mudah ditunjukkan T diskontinu dan non-Lipschitzian. Pembaca dapat melihat Sahu (2005) untuk mengetahui T hampir nonekspansif.

Catatan. Kami lebih memilih menggunakan konstanta k_n dan tidak menggunakan konstanta hampir Lipschitz $\eta(T^n)$ pada syarat cukup setiap hasil paper ini. Kita mengetahui jika $\{T^n(x) : n \geq 1\}$ terbatas untuk suatu $x \in U$, maka untuk setiap $m \in \mathbb{N}$ berlaku

$$\limsup_n \|T^n(x) - y\| = \limsup_n \|T^{m+n}(x) - y\|$$

dengan $y \in U$ (lihat Dung dan Tan (2003)).

Diberikan $\{B_n\}$ barisan himpunan terbatas di E yang turun monoton. Untuk himpunan bagian tak kosong U dari E didefinisikan,

$$r(\{B_n\}, x) = \inf_n \sup\{\|y - x\| : y \in B_n\}$$

dengan $x \in E$,

$$r(\{B_n\}, U) = \inf\{r(\{B_n\}, x) : x \in U\},$$

$$\mathcal{A}(\{B_n\}, U)$$

$$= \{x \in U : r(\{B_n\}, x) = r(\{B_n\}, U)\},$$

$$r^2(\{B_n\}, x) = \inf_n \sup\{\|y - x\|^2 : y \in B_n\}$$

dengan $x \in E$,

$$r^2(\{B_n\}, U) = \inf\{r^2(\{B_n\}, x) : x \in U\}.$$

Telah diketahui jika C himpunan bagian tertutup dan konveks dari ruang Hilbert E , maka $\mathcal{A}(\{B_n\}, C)$ mempunyai tepat satu anggota (lihat Lim, 1980). Mudah ditunjukkan, jika $\{a\} = \mathcal{A}(\{B_n\}, C)$ maka $r^2(\{B_n\}, a) = r^2(\{B_n\}, C)$. Dinotasikan pula $\overline{co}C$ sebagai *closure* konveks *hull* C , yaitu irisan semua himpunan konveks tertutup yang memuat C .

Diberikan himpunan bagian tak kosong U dari ruang Hilbert H dan fungsi $T: U \rightarrow U$. Fungsi T dikatakan *demicontinuous* apabila untuk setiap barisan $\{x_n\}$ di U yang konvergen kuat ke $x \in U$ maka $\{T(x_n)\}$ konvergen lemah ke Tx .

Lemma di bawah telah dibuktikan di Sahu (2005), kami sajikan untuk versi ruang Hilbert sebagai berikut.

Lemma 3.2. *Diberikan U himpunan bagian tak kosong dari ruang Hilbert H dan $T: U \rightarrow U$ fungsi demicontinuous. Jika $T^n(x) \rightarrow y$ untuk $n \rightarrow \infty$ dengan $x, y \in U$, maka $z = Tz$.*

Pembahasan

Dua lemma di bawah ini berturut-turut telah dibuktikan di Ishihara dan Takahashi (1987) dan Ishihara (1989), kami berikan untuk kasus barisan.

Lemma 4.1. Diberikan C himpunan bagian tak kosong, tertutup, dan konveks dari ruang Hilbert H , dan $\{B_n\}$ barisan himpunan tak kosong dan terbatas di H . Jika $\{a\} = \mathcal{A}(\{B_n\}, C)$ maka

$$r^2(\{B_n\}, C) + \|a - x\|^2 \leq r^2(\{B_n\}, x)$$

untuk semua $x \in C$.

Lemma 4.2. Diberikan C himpunan bagian tak kosong, tertutup, dan konveks dari ruang Hilbert H , dan $\{B_n\}$ barisan himpunan tak kosong dan terbatas di H . Jika $\{a\} = \mathcal{A}(\{B_n\}, C)$ maka

$$a \in \bigcap_n \overline{CO}B_n.$$

Sekarang kami berikan hasil pertama paper ini.

Teorema 4.3. Diberikan U himpunan bagian tak kosong dari ruang Hilbert H dan $T: U \rightarrow U$ fungsi demicontinuous hampir Lipschitzian relatif terhadap $\{a_n\}$ dengan $\limsup_n k_n < \sqrt{2}$. Jika $\{T^n(y) : n \geq 1\}$ terbatas untuk suatu $y \in U$ dan terdapat himpunan tertutup C yang termuat di U sehingga $\bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq C$ untuk semua $x \in U$, maka ada $z \in C$ sehingga $T(z) = z$.

Bukti. Karena $\{T^n(y) : n \geq 1\}$ terbatas untuk suatu $y \in U$, maka dengan mudah diperoleh $\{T^n(x) : n \geq 1\}$ terbatas untuk semua $x \in U$. Didefinisikan $B_n(x) = \{T^m(x) : m \geq n\}$ untuk semua $n \geq 1$ dan

$x \in U$. Didefinisikan himpunan $\{x_n : n \geq 0\}$ dengan

$$x_0 = y,$$

$$\{x_n\} = \mathcal{A}(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{CO}U)$$

untuk semua $n \geq 1$.

Menurut Lemma 4.2 diperoleh $x_n \in \bigcap_n \overline{CO}\{T^m(x_{n-1}) : m \geq n\} \subseteq C \subseteq U$ dan disimpulkan barisan $\{x_n\}$ well defined. Diberikan notasi

$$r_n(x) = r^2(\{B_n(x_{n-1})\}, x)$$

dan

$$r_n = r^2(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{CO}U)$$

untuk semua $n \geq 1$. Dari Lemma 4.1 diperoleh,

$$r_n + \|x - u\|^2 \leq r_n(x) \Leftrightarrow \|x - u\|^2 \leq r_n(x) - r_n$$

untuk semua $u \in \overline{CO}U$ dan $n \geq 1$. Jadi untuk setiap $n \geq 1$, dengan mengambil $u = T^m(x_n)$, diperoleh

$$\begin{aligned} \|x_n - T^m(x_n)\|^2 &\leq r_n(T^m(x_n)) - r_n \\ &= \limsup_i \|T^i(x_{n-1}) - T^m(x_n)\|^2 - r_n \\ &= \left(\limsup_i \|T^i(x_{n-1}) - T^m(x_n)\| \right)^2 - r_n \\ &= \left(\limsup_i \|T^m(T^i(x_{n-1})) - T^m(x_n)\| \right. \\ &\quad \left. - T^m(x_n) \right)^2 - r_n \\ &\leq \left(\limsup_i (k_m \|T^i(x_{n-1}) - x_n\| \right. \\ &\quad \left. + k_m a_m) \right)^2 - r_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(k_m \limsup_i \|T^i(x_{n-1}) - x_n\| \right. \\
 &\quad \left. + k_m a_m \right)^2 - r_n \\
 &= (k_m r(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{co}U) + k_m a_m)^2 - r_n \\
 &\quad \text{Misal } \mu = \limsup_n k_n^2 - 1 < 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Jadi untuk setiap } n \geq 0 \text{ diperoleh} \\
 &r_{n+1} \leq \limsup_m \|x_n - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\leq \limsup_m ((k_m r(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{co}U) \\
 &\quad + k_m a_m)^2) - r_n \\
 &\leq \left(r(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{co}U) \left(\limsup_m k_m \right) \right. \\
 &\quad \left. + \limsup_m k_m a_m \right)^2 - r_n \\
 &= (r(\{B_n(x_{n-1})\}, \overline{co}U))^2 \left(\limsup_n k_n \right)^2 \\
 &\quad - r_n. \\
 &= \left(\limsup_n k_n^2 \right) r_n - r_n = \mu r_n.
 \end{aligned}$$

Jadi,

$$r_{n+1} \leq \mu r_n \leq \mu^2 r_{n-1} \leq \dots \leq \mu^n r_1.$$

Selanjutnya untuk setiap $n \geq 1$ diperoleh

$$\begin{aligned}
 \|x_{n+1} - x_n\|^2 &\leq 2\|x_{n+1} - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\quad + 2\|T^m(x_n) - x_n\|^2,
 \end{aligned}$$

yang berakibat

$$\begin{aligned}
 \|x_{n+1} - x_n\|^2 &\leq 2 \limsup_m \|x_{n+1} - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\quad + 2 \limsup_m \|T^m(x_n) - x_n\|^2,
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 &\limsup_m \|x_{n+1} - T^m(x_n)\|^2 \\
 &= r^2(\{B_n(x_n)\}, x_{n+1}) = r_{n+1},
 \end{aligned}$$

dan

$$\limsup_m \|T^m(x_n) - x_n\|^2 = r_{n+1}(x_n),$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
 \|x_{n+1} - x_n\|^2 &\leq 2r_{n+1} + 2r_{n+1}(x_n) \\
 &\leq 2\mu r_n + 2\mu r_n \leq 4\mu^n r_1.
 \end{aligned}$$

Karena $\mu < 1$ maka $\{x_n\}$ barisan Cauchy di C . Dapat dipilih $z \in C$ dengan sifat $z = \lim_n x_n$.

Diambil sebarang $m \geq 1$.

Diperoleh

$$\begin{aligned}
 \|z - T^m(z)\|^2 &\leq 3\|z - x_n\|^2 \\
 &\quad + 3\|x_n - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\quad + 3\|T^m(x_n) - T^m(z)\|^2 \\
 &\leq 3\|z - x_n\|^2 + 3\|x_n - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\quad + 3(k_m \|x_n - z\| + k_m a_m)^2.
 \end{aligned}$$

Akibatnya,

$$\begin{aligned}
 &\limsup_m \|z - T^m(z)\|^2 \\
 &\leq 3\|z - x_n\|^2 \\
 &\quad + 3 \limsup_m \|x_n - T^m(x_n)\|^2 \\
 &\quad + 3 \limsup_m (k_m \|x_n - z\| + k_m a_m)^2 \\
 &= 3\|z - x_n\|^2 + 3r_{n+1}(x_n) \\
 &\quad + 3 \left(\limsup_m (k_m \|x_n - z\| + k_m a_m) \right)^2 \\
 &\leq 3\|z - x_n\|^2 + 3\mu^n r_1 \\
 &\quad + 3 \left(\limsup_m k_m \right) \|x_n - z\| \\
 &\quad + \left(\limsup_m k_m \right) \left(\limsup_m a_m \right) \\
 &= 3\|z - x_n\|^2 + 3\mu^n r_1 \\
 &\quad + 3 \left(\limsup_m k_m \right) \|x_n - z\|.
 \end{aligned}$$

Akibatnya untuk $n \rightarrow \infty$ diperoleh

$$\limsup_m \|z - T^m(z)\| = 0.$$

Jadi barisan $\{T^n z\}$ konvergen kuat ke z . Menurut Lemma 3.2 disimpulkan $z = Tz$.

■

Catatan. Teorema 4.3 masih berlaku apabila konstanta k_n diganti dengan konstanta hampir Lipschitz $\eta(T^n)$.

Jika kita perkuat syarat cukup pada fungsi yang kita pakai hanya untuk kasus hampir nonekspansif ataupun hampir *asymptotically* nonekspansif, diperoleh hasil kedua paper ini.

Teorema 4.4. Diberikan U himpunan bagian tak kosong dari ruang Hilbert H dan $T: U \rightarrow U$ fungsi demicontinuous hampir Lipschitzian relatif terhadap $\{a_n\}$ dengan $\limsup_n k_n \leq 1$. Jika $\{T^n(x) : n \geq 1\}$ terbatas dan $\bigcap_n \overline{\text{co}}\{T^m(x) : m \geq n\} \subseteq U$ untuk suatu $x \in U$, maka ada $z \in C$ sehingga $T(z) = z$.

Bukti. Dinotasikan

$$B_n(x) = \{T^i(x) : i \geq n\}$$

untuk semua $n \geq 1$. Diberikan

$$\{c\} = \mathcal{A}(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U).$$

Menurut Lemma 4.1 diperoleh

$$\begin{aligned} & r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) + \|c - T^n(c)\|^2 \\ & \leq r^2(\{B_n\}, T^n(c)) \\ & = \left(\limsup_m \|T^m(x) - T^n(c)\| \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \left(\limsup_m \|T^n(T^m(x)) - T^n(c)\| \right)^2 \\ & \leq \left(k_n \limsup_m \|T^m(x) - c\| + k_n a_n \right)^2 \\ & = (k_n r(\{B_n\}, c) + k_n a_n)^2 \end{aligned}$$

untuk semua $n \geq 1$. Akibatnya,

$$\begin{aligned} & \limsup_n \|c - T^n(c)\|^2 \\ & \leq \limsup_n (k_n r(\{B_n\}, c) + k_n a_n)^2 \\ & \quad - r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) \\ & = \left(\limsup_n k_n^2 \right) r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) \\ & \quad - r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) \\ & \leq r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) \\ & \quad - r^2(\{B_n(x)\}, \overline{\text{co}}U) = 0. \end{aligned}$$

Oleh karena itu $\limsup_n \|c - T^n(c)\| = 0$.

Jadi diperoleh barisan $\{T^n c\}$ konvergen kuat ke c . Menurut Lemma 3.2 disimpulkan $c = Tc$. ■

Catatan. Teorema 4.4 masih berlaku apabila konstanta k_n diganti dengan konstanta hampir Lipschitz $\eta(T^n)$. Dibandingkan Teorema 1.1 (yaitu Browder [1965, Teorema 1] dan Yang [2012, Teorema 1.3]), Teorema 4.4 dan lebih umum lagi Teorema 4.3 memperumum Teorema 1.1 pada 2 aspek: (1) Sifat terbatas, tertutup, dan konveks domain fungsi T diganti pada himpunan bagiannya. Khusus sifat terbatas diganti dengan sifat terbatas orbit fungsi T . (2) Fungsi T pada

Teorema 3.4 lebih umum, bahkan tidak diharuskan kontinu.

Kesimpulan

Berdasarkan kajian pada bab Pembahasan diperoleh kesimpulan berikut ini.

1. Teorema 4.3 menjamin eksistensi titik tetap untuk semua jenis fungsi *demicontinuous* hampir Lipschitzian dengan nilai konstanta Lipschitz $\limsup_n \eta(T^n) < \sqrt{2}$.
2. Teorema 4.4 merupakan menjamin eksistensi titik tetap khusus untuk semua jenis fungsi *demicontinuous* hampir Lipschitzian dengan nilai konstanta Lipschitz $\limsup_n \eta(T^n) \leq 1$.
3. Dua hasil paper ini memperumum hasil dari Browder [1965, Teorema 1] sekaligus Yang [2012, Teorema 1.3] pada 2 aspek: (1) Sifat terbatas, tertutup, dan konveks domain fungsi T diganti pada himpunan bagiannya. Khusus sifat terbatas diganti dengan sifat terbatas orbit fungsi T . (2) Fungsi T pada hasil paper ini lebih umum, bahkan tidak diharuskan kontinu.
4. Perlu dikaji aplikasi dari hasil paper ini pada bidang matematika terapan (lanjut) bahkan fisika.

Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Universitas Pekalongan yang telah memberikan kesempatan untuk mempublikasikan paper ini.

Pustaka

- Banach, S., 1992, Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leurs applications, *Fund. Math.* 3, pp. 133 - 181.
- Browder, F.E., 1965, Fixed point theorems for noncompact mappings in Hilbert space, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 53, pp. 1272 - 1276.
- Bruck, R., Kuczumov, dan T., Reich, S., 1993, Convergence of iterates of asymptotically nonexpansive mappings in Banach spaces with the uniform Opial property, *Colloquium Mathematicum*, 65, pp. 169 -179.
- Byrne, C., 2004, A unified treatment of some iterative algorithms in signal processing and image construction, *Inverse Probl.*, 20, pp. 103 - 120.
- Combettes, P.L., 1996, The convex feasibility problem in image recovery, [in:] *Advances in Imaging and Electron Physics*, 95, pp. 195 -270.
- Dung, L.A. dan Tan, D.H., 2003, Fixed points of semigroups of Lipschitzian mappings, *Acta Math. Viet.* 28, pp. 89 - 100.
- Ishihara, H., 1989, Fixed point theorems for Lipschitzian semigroups, *Canad. Math. Bull.*, 32, pp. 90 - 97.
- Ishihara, H. dan Takahashi, W., 1987, Fixed point theorems for uniformly Lipschitzian semigroups in Hilbert spaces, *J. Math. Anal. Appl.* 127, pp. 206 - 210.

Kirk, W.A., 1974, Fixed point theorems for non-Lipschitzian mappings of asymptotically nonexpansive type, *Israel J. Math.*, pp. 339 - 346.

Kitahara, S. dan Takahashi, W., 1993, Image recovery by convex combinations of sunny non-expansive retractions, *Topol. Methods Nonlinear Anal.*, 2, pp. 333 - 342.

Kreyszig, E., 1978, *Introductory Functional Analysis with Applications*, John Wileys & Sons, New York.

Lim, T.C., 1980, On asymptotic centers and fixed points of nonexpansive mappings, *Canadian J. Math.*, 32, pp. 421 - 430.

Sahu, D.R., 2005, Fixed points of demicontinuous nearly Lipschitzian mappings in Banach spaces, *Comment. Math. Univ. Carolinae*, 46, pp. 653 - 666.

Suathai, S. dan Puengrattana, W., 2014, Fixed point theorems for a semigroup of total asymptotically nonexpansive mappings in uniformly convex Banach spaces, *Opuscula Math.* 34, pp. 183 - 197.

Weissinger, J., 1952, Sur theorie and anwendung des iterationsverfahrens, *Math. Nachr.*, 8, pp. 193 - 212.

Yang, C., A new fixed point theorem for non-expansive mappings and its applications, *arXiv:1208.0979v1 [math.FA]*, 5 Aug 2012.

Keefektifan *Contextual Teaching and Learning* Berbantuan Alat Peraga Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VIII SMP N 8 Pekalongan

Nurina Hidayah

^a Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNIKAL
Jl. Sriwijaya No 3 Pekalongan, pmat@unikal.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keefektifan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika siswa kelas VIII SMP N 8 Pekalongan. Kriteria keefektifan dilihat dari pencapaian ketuntasan belajar siswa yang mencapai sebesar 75% dan rata-rata kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang diajar menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga lebih baik dibandingkan siswa yang diajar menggunakan ekspositori. Sampel yang digunakan yaitu siswa kelas VIII C sebagai kelas eksperimen dan kelas VIII D sebagai kelas kontrol. Instrumen penelitian yang digunakan adalah instrumen tes dan dokumen. Sedangkan metode pengumpulan data menggunakan metode tes dan metode dokumentasi. Proses analisis data menggunakan uji z untuk mengetahui ketuntasan belajar siswa dan uji t digunakan untuk mengetahui perbandingan rata-rata kemampuan pemecahan masalah matematika dari kelas eksperimen dan kelas kontrol. Hasil akhir yang diperoleh bahwa ketuntasan belajar siswa yang diajar *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga mencapai 75% dan rata-rata kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang diajar *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga lebih baik dibandingkan dengan siswa yang diajar dengan ekspositori.

Kata Kunci : CTL, Pemecahan Masalah Matematika.

ABSTRACT

This study aims to determine the effectiveness of Contextual Teaching and Learning aided teaching aids to mathematical problem solving ability eighth grade students of SMP N 8 Pekalongan. The criteria of effectiveness seen from the achievement of students who achieve a passing grade of 75% and the average math problem solving abilities of students who are taught using Contextual Teaching and Learning aided teaching aids better than students taught using expository. The samples used were eighth grade students as experimental class C and class D as the control class VIII. The research instrument used was the test instruments and documents. While the method of data collection using the test methods and methods of documentation. The process of data analysis using the z test to determine students' mastery learning and t test is used to determine the ratio of the average math problem-solving abilities of the experimental class and the control class. The final result is obtained that mastery learning students taught Contextual Teaching and Learning aided teaching aids reached 75% and the average math problem solving abilities of students who are taught Contextual Teaching and Learning aided teaching aids better than students who are taught by expository

Key Word : CTL, Mathematics Problem Solving

Pendahuluan

Matematika tumbuh dan berkembang untuk dirinya sendiri sebagai suatu ilmu serta melayani kebutuhan dalam pengembangannya. Oleh karena itu, matematika diajarkan mulai dari tingkat dasar hingga tingkat menengah.

Melalui pelajaran matematika siswa dilatih berfikir secara logis, kritis, cermat, jujur, efektif dan efisien. Konsep-konsep matematika tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis dan sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana hingga kompleks. Hal tersebut juga membutuhkan penguasaan konsep-konsep dasar.

Pola pikir matematika juga dapat membantu siswa dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Dalam kenyataannya pelajaran matematika masih dianggap sebagai mata pelajaran yang sulit dipelajari. Hal ini dikarenakan guru belum terbiasa untuk mengajarkan siswa memecahkan masalah.

Selama ini siswa diajarkan masalah-masalah matematika yang tertutup. Masalah matematika tertutup merupakan soal-soal yang proses penyelesaiannya hanya meminta menerapkan rumus, formula yang ada. Siswa perlu diajarkan pemecahan masalah karena dipersiapkan untuk tantangan masa depan dengan menghadapi masalah yang

terkait lingkungan belajarnya serta menemukan solusi yang tepat (Ali, 2010: 67).

Contextual Teaching and Learning (CTL) merupakan salah satu pendekatan pembelajaran dengan contoh-contoh di lingkungan kita. CTL adalah sebuah sistem belajar yang didasarkan pada filosofi bahwa siswa mampu menyerap pelajaran apabila mereka menangkap makna dalam tugas-tugas sekolah jika mereka bisa mengaitkan informasi baru dengan pengetahuan dan pengalaman yang sudah mereka miliki sebelumnya (Johson, 2011: 14).

Perlunya penanaman konsep yang kuat terutama dalam materi kubus dan balok dapat dilakukan melalui pemberian contoh-contoh konkrit penggunaannya di kehidupan sehari-hari. Melalui contoh konkrit siswa akan lebih mudah memahami bentuk-bentuk abstrak dari kubus dan balok.

Perpaduan antara pembelajaran dengan kegiatan siswa sehari-hari dapat menghasilkan pengetahuan siswa yang lebih mendalam. Siswa dapat memecahkan masalah melalui proses memahami suatu masalah kemudian menentukan langkah penyelesaiannya, mengeksekusi langkah tersebut dan cek kembali hasil yang diperoleh. Mendorong siswa untuk berpikir lebih kritis untuk menemukan cara dalam

menyelesaikan masalah-masalah baru yang belum pernah dihadapi. Hal ini membuat siswa mengalami peningkatan dalam pengalaman dan pengetahuan.

Soal pemecahan masalah selain mampu membantu siswa memecahkan masalah yang terdapat kaitannya dengan kehidupan sehari-hari juga mampu menanamkan nilai-nilai etika. Menanamkan nilai-nilai etika melalui pemecahan masalah matematika dapat membantu siswa dalam kehidupan sosial untuk menjadi lebih bermanfaat (de Frietas, 2008: 92). Dengan menanamkan nilai-nilai etika melalui pemecahan masalah matematika hal ini menunjukkan bahwa matematika juga memiliki kontribusi dalam membentuk karakter siswa.

Permasalahan utama dalam penelitian ini “Apakah *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga efektif terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika siswa kelas VIII SMP N 8 Pekalongan?”. Kata efektif dalam penelitian ini dijabarkan sebagai (1) kemampuan pemecahan masalah matematika pada kelas yang diajar menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga mencapai kriteria ketuntasan minimal, (2) kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang diajar dengan

menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga lebih baik jika dibandingkan dengan kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang diajar dengan menggunakan ekspositori.

Metode Penelitian

Subjek penelitian ini menggunakan siswa kelas VII tahun ajaran 2012/2013 untuk pengambilan sampel menggunakan teknik *random sampling*. Didapat kelas VIIIC sebagai kelas eksperimen dan kelas VIIID sebagai kelas kontrol.

Data yang digunakan adalah kemampuan pemecahan masalah matematika siswa. Metode pengambilan data menggunakan metode tes dan metode dokumentasi.

Metode dokumentasi digunakan untuk memperoleh nilai ujian tengah semester siswa. Nilai tersebut kemudian digunakan untuk menentukan kondisi awal pada kelas eksperimen dan kelas kontrol. Sedangkan metode tes digunakan untuk memperoleh kemampuan pemecahan masalah matematika siswa.

Instrumen dalam penelitian ini adalah instrumen tes dengan menggunakan bentuk soal objektif. Materi matematika yang digunakan yaitu materi Kubus dan Balok. Dengan format penilaian untuk

setiap siswa menjawab soal dengan benar mendapatkan skor 1 dan untuk setiap siswa menjawab soal dengan salah mendapatkan skor 0.

Banyak soal yang digunakan adalah 30 dengan melalui proses uji coba. Setelah dilakukan uji coba dilanjutkan analisis sehingga diperoleh hasil dari validitas, reliabilitas, tingkat kesukaran, dan daya pembeda setiap butir soal maka instrumen tes tersebut dapat digunakan untuk mengambil data pada kelas sampel.

Hasil dan Pembahasan

Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil analisis uji normalitas data nilai ulangan harian, diperoleh bahwa χ^2_{hitung} untuk kelas eksperimen adalah 2,4549 dan χ^2_{hitung} untuk kelas kontrol adalah 4,3310. Dengan taraf signifikansi 5% dan $dk = 6-3 = 3$, diperoleh χ^2_{tabel} untuk kelas eksperimen dan kelas kontrol adalah 7,815. Diperoleh $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$, maka dapat disimpulkan bahwa nilai ulangan harian kelas VIII C dan VIII D SMP N 8 Pekalongan sehingga kelas eksperimen dan kontrol berdistribusi normal.

Berdasarkan data hasil analisis uji homogenitas diperoleh $F_{hitung} = 1,2082$ dan $F_{tabel} = 1,74$ dengan $\alpha = 5\%$, dk penyebut = 36 dan dk pembilang = 35 maka $F_{hitung} < F_{tabel}$, dapat disimpulkan H_0

diterima. Maka dapat disimpulkan bahwa varians kedua kelas sama.

Hasil uji kesamaan dua rata-rata nilai ulangan harian kelas VIII C dan VIII D SMP N 8 Pekalongan dengan uji t , diperoleh $t_{hitung} = 1,153$ dan $t_{tabel} = 2,000$ karena $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$, maka H_0 diterima berarti tidak ada perbedaan rata-rata yang signifikan dari kedua kelas tersebut.

Setelah kedua kelas diberi perlakuan yang berbeda, kedua kelas diberi tes akhir. Hasil analisis data akhir meliputi hasil analisis uji normalitas, uji kesamaan varians, uji perbedaan dua rata-rata, dan uji ketuntasan.

Berdasarkan hasil analisis uji normalitas dari hasil tes belajar matematika siswa, diperoleh bahwa χ^2_{hitung} untuk kelas eksperimen adalah 6,5104 dan χ^2_{hitung} untuk kelas kontrol adalah 6,5800. Dengan taraf signifikansi 5% dan $dk = 6-3 = 3$, diperoleh χ^2_{tabel} untuk kelas eksperimen dan kelas kontrol adalah 7,815. Diperoleh $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$, maka dapat disimpulkan bahwa nilai kelas eksperimen dan kelas kontrol berdistribusi normal.

Data hasil analisis uji homogenitas diperoleh $F_{hitung} = 1,0156$ dan $F_{tabel} = 1,72$ karena $F_{hitung} < F_{tabel}$, dapat disimpulkan H_0 diterima. Maka dapat

disimpulkan bahwa nilai varians siswa kedua kelas sama.

Penghitungan melalui uji z menunjukkan proporsi siswa pada kelas eksperimen yang mencapai ketuntasan belajar lebih dari 75%. Hal ini menunjukkan bahwa banyaknya siswa yang mencapai ketuntasan belajar yaitu 66 sebanyak lebih dari 75% sesuai dengan yang diharapkan.

Berdasarkan hasil analisis uji perbedaan dua rata-rata, diperoleh $t_{hitung} = 3,6565$ dan $t_{tabel} = 1,671$ sehingga diperoleh $t_{hitung} > t_{tabel}$ artinya H_0 ditolak dan H_1 diterima yang bermakna kemampuan pemecahan masalah matematika siswa pada kelas eksperimen lebih baik dari kemampuan pemecahan masalah matematika pada kelas kontrol.

Pembahasan

Berdasarkan hasil analisis data awal dari nilai ulangan harian kelas VIII C dan kelas VIII D pada semester genap di SMP N 8 Pekalongan tahun ajaran 2012/2013, diketahui bahwa data berdistribusi normal dan homogen serta dari kesamaan rata-rata menunjukkan $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$, jadi dapat disimpulkan bahwa kedua sampel berangkat dari keadaan awal yang sama. Kemudian kedua kelompok diberi perlakuan yang berbeda, yaitu kelompok eksperimen diberi perlakuan dengan

penerapan CTL berbantuan alat peraga dan kelas kontrol diberi perlakuan dengan penerapan model pembelajaran ekspositori.

Pendapat Thorndike, dimana menurut implikasi teori ini dalam kegiatan belajar mengajar salah satunya adalah guru sebaiknya mengambil contoh yang sering dialami dalam kehidupan sehari-hari dalam menjelaskan suatu pokok bahasan (Suherman dkk, 2003:31). Hubungan teori Thorndike dengan penelitian ini yaitu pembelajaran CTL yang digunakan juga merupakan pendekatan yang mengaitkan pembelajaran dengan kehidupan sehari-hari. Teori Van Hiele mengemukakan bahwa teori belajar yang dijadikan landasan proses belajar mengajar matematika khususnya dalam bidang geometri (Suherman dkk, 2003:51). Hubungan teori Van Hiele dengan penelitian ini adalah materi yang diajarkan yaitu materi segiempat dimana segiempat termasuk dalam bidang geometri. Selain itu teori konstruktivisme juga merupakan salah satu pendukung dalam penelitian ini, hubungan dari teori ini adalah teori belajar konstruktivisme sejalan dengan CTL dimana konstruktivisme itu sendiri merupakan salah satu komponen yang terdapat dalam pembelajaran CTL.

Kriteria efektif telah dijabarkan yaitu pertama dengan melihat ketuntasan kemampuan pemecahan masalah

matematika berdasarkan hasil analisis data pada uji z menunjukkan ketuntasan belajar siswa yang diajar menggunakan CTL berbantuan alat peraga lebih dari 75%, kedua rata-rata kemampuan pemecahan masalah matematika siswa yang diajar menggunakan CTL lebih baik dibandingkan dengan siswa yang diajar dengan ekspositori.

Pembelajaran CTL berbantuan alat peraga mendorong siswa untuk melatih kemampuan pemecahan masalah matematika siswa dengan dibantu menggunakan alat peraga dalam penyampaian materi lebih memudahkan dalam menanamkan konsep kepada siswa.. Penggunaan alat peraga merupakan salah satu alternatif yang dapat dilakukan dalam penyampaian materi pokok kubus dan balok, sehingga dengan menggunakan alat peraga dapat menjelaskan suatu konsep yang sifatnya abstrak menjadi lebih konkrit.

Kesimpulan

Berdasarkan uraian sebelumnya dapat disimpulkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga efektif pada materi kubus dan balok di kelas VIII SMP N 8 Pekalongan. Hal tersebut ditandai dengan (1) kemampuan pemecahan masalah matematika siswa kelas VIII SMP N 8 Pekalongan pada

materi kubus dan balok dengan menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga mencapai ketuntasan belajar, (2) kemampuan pemecahan masalah matematika kelas VIII SMP N 8 Pekalongan pada materi kubus dan balok yang diajar dengan menggunakan *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga lebih baik dibandingkan kemampuan pemecahan masalah matematika yang diajar dengan menggunakan ekspositori.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian telah diperoleh bahwa pembelajaran *Contextual Teaching and Learning* berbantuan alat peraga efektif terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika sehingga disarankan untuk menggunakan pembelajaran ini dapat digunakan sebagai salah satu alternatif dalam pembelajaran matematika pada materi pokok kubus dan balok dan terus dikembangkan pada materi yang lain serta dikembangkan pada pelajaran yang lain.

Pustaka

- Ali, R., *at al.* 2010. Effect of Using Problem Solving Method in Teaching Mathematics on the Achievement of Mathematics Students. *Asian Sosial Science*. Vol. 6 No 2 February p.67-72
- de Frietas, E. 2008. Critical Mathematics Education: Recognizing The Ethical Dimension Of Problem

Solving. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*. Vol. 3 No 2 July p.80-95. de Frietas, E. 2008. Critical Mathematics Education: Recognizing The Ethical Dimension Of Problem Solving. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*. Vol. 3 No 2 July p.80-95.

Gulo, W. 2008. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Grasindo.

Johnson, E.B. 2011. *Contextual Teaching and Learning Menjadikan Kegiatan Belajar Mengasyikkan dan Bermakna*. Bandung: Kaifa.

Suherman, E. dkk. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICA

Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis *Kocerin* (Kotak Cerdas Interaktif) Dengan Menggunakan Model *Discovery Learning* di SMP

Achmad Buchori¹, Muhammad Ilyas Yusuf
Program Studi Pendidikan Matematika IKIP PGRI Semarang,
Program Studi Pendidikan Matematika UNIKAL Pekalongan
buchepgri@yahoo.com, m.ilyas_yusuf@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini dilatar belakangi oleh kurangnya kemampuan guru dan siswa dalam menciptakan inovasi baru selama pembelajaran berlangsung sehingga yang didapat hanyalah kurangnya minat siswa selama proses pembelajaran dan itu mengakibatkan banyak siswa yang mendapat nilai dibawah KKM. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan suatu media pembelajaran berupa modul pembelajaran matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* pada materi pokok faktorisasi suku aljabar, sehingga menghasilkan media pembelajaran yang layak dan efektif digunakan selama proses pembelajaran, serta diharapkan dapat meningkatkan hasil belajar siswa.

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian *Research and Development*. Penelitian ini dilakukan dengan dua tahap. Tahap pertama untuk pengembangan produk menggunakan model ADDIE dan tahap kedua untuk menguji keefektifan produk melalui tes uji coba dengan desain eksperimen *Posttest-Only Control Design*. Sebelum diujicobakan di lapangan, modul pembelajaran matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* terlebih dahulu dilakukan uji validasi oleh ahli media dan ahli materi selanjutnya dilakukan tanggapan siswa terhadap media dalam uji coba lapangan. Secara rata - rata hasil dari validasi ahli dan tanggapan siswa sebagian besar berkriteria sangat layak. Jadi media pembelajaran tersebut valid untuk diujicobakan.

Uji keefektifan produk ditunjukkan dari hasil belajar kelompok eksperimen lebih baik dari kelompok kontrol, dengan menggunakan uji t satu pihak kanan diperoleh nilai $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu $2,038 > 1,675$, maka H_0 ditolak artinya pembelajaran dengan menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran konvensional. Keefektifan produk ini juga ditunjukkan dengan pembelajaran yang menggunakan modul matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* lebih efektif dibandingkan dengan pembelajaran konvensional, dengan menggunakan uji t satu pihak diperoleh $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu $3,18 > 1,72$, maka H_0 ditolak artinya modul pembelajaran matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* yang dikembangkan efektif digunakan dalam proses pembelajaran pada materi faktorisasi suku aljabar. Jadi dapat disimpulkan bahwa penggunaan modul pembelajaran matematika berbasis *KOCERIN* dengan model *Discovery Learning* efektif dan meningkatkan hasil belajar siswa pada materi faktorisasi suku aljabar.

Kata Kunci : Modul Pembelajaran, Model Pembelajaran *Discovery Learning*.

ABSTRACT

This research is motivated by the lack of ability of teachers and students in creating new innovations during the learning takes place so that only a lack of student interest acquired during the learning process , and it resulted in a lot of students who scored below the KKM . This study aims to develop a form of instructional media learning modules KOCERIN mathematical model based Discovery Learning in the subject matter factorization algebra rate , resulting in a viable instructional media and effectively used during the learning process , and is expected to improve student learning outcomes .

This type of research is research Research and Development . This research was conducted in two stages . The first stage for the development of products using the ADDIE Model and the second phase to test the effectiveness of the product through test trials with experimental design Posttest - Only Control Design . Before tested in the field , based math learning modules KOCERIN Discovery Learning model first tested for validation by experts and the media matter experts then performed student responses to the media in field trials . On the average - average results of the validation expert and student responses to most of berkriteria very feasible . So it is valid to study media tested . Test results demonstrated the effectiveness of the products studied experimental group is better than the control group , using a t-test values obtained right side $t_{hitung} > t_{tabel}$ ie $2.038 > 1.675$, then H_0 is rejected it means learning by using math -based learning module KOCERIN Discovery Learning model better compared with conventional learning .

The effectiveness of these products is also demonstrated by using a learning module based mathematical models KOCERIN with Discovery Learning is more effective than conventional learning , by using a t test of the parties obtained $t_{hitung} > t_{tabel}$ ie $3.18 > 1.72$, then H_0 is rejected means of mathematical learning modules KOCERIN based Discovery learning model developed effectively used in the process of learning the material parts factorization algebra . So it can be concluded that the use of math -based learning modules KOCERIN with Discovery Learning effective models and improve student learning outcomes in the material parts factorization algebra .

Keywords : Learning Module , Model Learning Discovery Learning

Pendahuluan

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi saat ini menimbulkan persaingan yang sangat ketat disegala aspek kehidupan manusia. Perkembangan tersebut membawa dampak yang sangat besar. Bidang pendidikan merupakan salah satu bidang yang mendapatkan dampak cukup berarti dalam perkembangan ilmu pengetahuan. Untuk mengatasi hal tersebut, dibutuhkan sumber daya manusia (SDM) yang berkualitas dan mampu bersaing dengan yang lainnya. Oleh karena itu, Kualitas sumber daya manusia (SDM) sebuah negara sangat ditentukan dari proses pendidikan yang diselenggarakan oleh negara tersebut.

Peran pendidikan sangat penting untuk mencetak generasi bangsa yang cerdas, berwawasan luas, serta mampu menguasai permasalahan baik yang terjadi sekarang maupun yang akan datang. Mengingat begitu pentingnya peran pendidikan, maka sudah seharusnya mutu pendidikan terus ditingkatkan agar tujuan pendidikan dapat tercapai.

Di Indonesia masalah yang mendasar di dunia pendidikan adalah masih rendahnya hasil belajar peserta didik dalam mata pelajaran matematika. Oleh karena matematika merupakan ratu atau ibunya ilmu dimana pengembangan ilmu-ilmu lain bergantung dari matematika, (Erman, 2003: 25) maka tingkat penguasaan matematika

akan berpengaruh terhadap penguasaan mata pelajaran yang lain seperti fisika, kimia, dan lain – lain.

Rendahnya hasil belajar siswa dalam mata pelajaran matematika dapat ditunjukkan dari hasil nilai UAN dari tahun ke tahun, termasuk materi faktorisasi suku aljabar yang dibidang dalam kategori “rendah”.

Beberapa faktor penyebab rendahnya hasil belajar siswa dalam mata pelajaran matematika antara lain objek pembelajaran matematika yang abstrak, kurangnya pemahaman akan konsep-konsep matematika, metode pengajaran yang monoton, minat belajar siswa yang masih relatif rendah, dan faktor lingkungan yang tidak mendukung proses pembelajaran. Selain itu siswa cenderung menjadi objek yang hanya menerima materi dari guru saja, jarang sekali siswa mengembangkan dan membangun ide – idenya sendiri dalam hal pemahaman konsep. Apabila ada permasalahan, maka cara penyelesaiannya harus sama persis dengan cara yang disampaikan oleh guru tanpa adanya pengembangan.

Hal – hal tersebut menyebabkan munculnya anggapan-anggapan yang mengatakan bahwa mata pelajaran matematika adalah mata pelajaran yang membingungkan, rumit, dan sulit untuk dipahami karena mempelajari sesuatu yang

abstrak. Anggapan-anggapan tersebut terus bermunculan dari tahun ke tahun di kalangan siswa, sehingga menjadikan mata pelajaran matematika sebagai momok menakutkan bagi sebagian besar siswa dan tidak bersahabat dengan siswa, khususnya mereka yang masih duduk di bangku SMP.

Berdasarkan hasil wawancara dengan salah satu guru matematika di SMP Negeri 1 Semarang, minat siswa dalam pelajaran matematika masih sangat kurang. Terbukti dengan masih banyaknya nilai matematika siswa yang jauh dari kriteria ketuntasan minimal, yaitu 75. Agar menarik minat siswa, maka perlu adanya pembelajaran yang menyenangkan. perlunya suatu inovasi baru di dalam proses pembelajaran untuk menumbuhkan motivasi belajar siswa sehingga dapat meningkatkan pemahaman siswa dan hasil belajar.

Sesuai dengan kenyataan yang ada di lapangan, maka peneliti menggunakan modul berbasis *KOCERIN* sebagai bahan ajar. Menurut Hamdani (2011 : 219) modul adalah sarana pembelajaran dalam bentuk tertulis atau cetak yang disusun secara sistematis, memuat materi pembelajaran, metode, tujuan pembelajaran berdasarkan kompetensi dasar atau indikator pencapaian kompetensi, petunjuk kegiatan belajar mandiri (*self instructional*), dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk menguji diri sendiri melalui latihan yang disajikan dalam

modul tersebut. Penggunaan modul akan membantu siswa dalam mempelajari materi dan dapat melatih ketrampilan siswa dalam mengerjakan soal. Serta salah satu model pembelajaran yang dapat membuat siswa aktif dan menyenangkan dalam pembelajaran adalah *Discovery Learning*. *Discovery Learning* adalah perubahan belajar yang meriah, dengan segala nuansa (Deporter, 2009 : 3).

Rumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Apakah pengembangan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan Model *Discovery Learning* layak digunakan dalam pembelajaran matematika pada materi faktorisasi suku aljabar kelas VIII SMP ?
2. Apakah hasil belajar siswa yang menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan model *Discovery Learning* lebih baik dari pada hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII SMP ?
3. Apakah hasil belajar siswa yang menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan model *Discovery Learning* lebih efektif daripada hasil

belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII SMP ?

Adapun tujuan dalam penelitian ini antara lain sebagai berikut.

1. Mengembangkan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerindengan* model *Discovery Learning* pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII Semester I.
2. Mengetahui apakah hasil belajar siswa yang menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan model *Discovery Learning* lebih baik daripada hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII Semester I.
3. Mengetahui apakah hasil belajar siswa yang menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan model *Discovery Learning* lebih efektif daripada hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII Semester I.

Berdasarkan landasan teori, maka diperoleh hipotesis penelitian sebagai berikut:

H_{a1}: modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan menggunakan Model *Discovery Learning* layak digunakan dalam pembelajaran matematika pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII Semester I SMP N 1 Semarang

H_{a2} : hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih baik darihasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII semester I SMP Negeri 1 Semarang .

H_{a3} : hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih efektif darihasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokokfaktorisasi suku aljabar kelas VIII semester I SMP Negeri 1 Semarang .

Dari hipotesis diatas dimunculkan Ho yaitu :

H₀₁: modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerindengan* menggunakan Model *Discovery Learning*tidak layak digunakan dalam pembelajaran matematika pada materi

pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII Semester I SMP N 1 Semarang

H₀₂ : hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* tidak lebih baik dari hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII semester I SMP Negeri 1 Semarang .

H₀₃ : hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* tidak lebih efektif dari hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII semester I SMP Negeri 1 Semarang .

Agar lebih memperjelas istilah yang digunakan dalam penelitian ini berikut penegasan istilah yang digunakan.

1. Pengembangan

Pengembangan adalah perbuatan (hal, cara, usaha) mengembangkan (Tim Penyusun Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi 3, 2005: 538). Pengembangan dalam arti yang sangat sederhana adalah suatu proses, cara pembuatan (Hamdani, 2010:172).

2. *Kocerin*

Kocerin adalah jenis perangkat lunak yang memungkinkan dapat melakukan pembelajaran secara menyenangkan dan menantang berfikir kritis siswa . *Kocerin* ini dapat digunakan untuk mengelola materi-materi yang ada menjadi sebuah kotak dengan berbagai game yang menarik.

3. *Discovery Learning*

Discovery Learning adalah model pembelajaran yang mengharuskan siswa utk mencari solusi yang tepat dengan melakukan discovery di segala usia (Deporter, 2009 : 15).

4. Faktorisasi Suku Aljabar

Sesuai dengan Standar Isi dan Standar Kompetensi Kelas VIII SMP, Faktorisasi Suku Aljabar merupakan salah satu materi dari pelajaran matematika yang harus dipelajari dan dikuasai oleh siswa.

Metode Penelitian

1. Lokasi dan Waktu Penelitian

a. Lokasi

Nama Sekolah : SMP Negeri 1 Semarang.

Kelas Penelitian : kelas VIII

b. Waktu Penelitian

Tanggal penelitian : 21 Juli – 3 September 2013

Bulan penelitian : Juli – September

Tahun penelitian : 2013

2. Subjek Penelitian

a. Populasi

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VIII SMP Negeri 1

Semarang tahun pelajaran 2012/2013 yang berjumlah 9 kelas.

b. Sampel Penelitian

Sampel penelitian ini adalah siswa SMP Negeri 1 Semarang kelas VIII yaitu kelas VIII F sebagai kelompok eksperimen dan kelas VIII D sebagai kelompok kontrol.

3. Teknik Sampling

Teknik sampling yang digunakan dalam penelitian ini adalah *cluster random sampling*, yaitu pengambilan sampel secara acak dari 9 kelas kemudian dipilih menjadi 2 kelas (1 kelas eksperimen dan 1 kelas kontrol).

4. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa soal tes uraian sebanyak 12 soal dengan alokasi waktu 80 menit. Sebelum digunakan untuk evaluasi, soal tes diuji cobakan di kelas uji coba, yaitu kelas VIII-E dengan tujuan agar soal tes memenuhi persyaratan validitas, reliabilitas, taraf kesukaran dan daya pembeda yang baik.

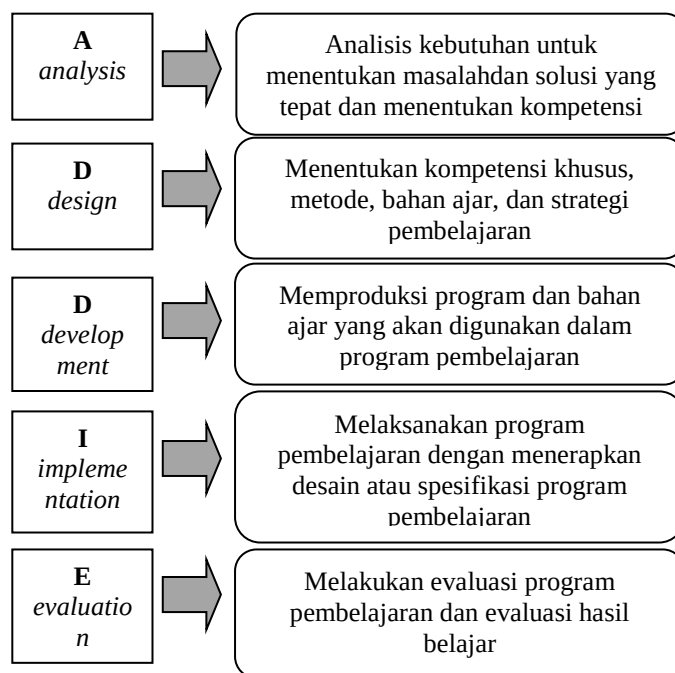
Selain itu digunakan angket yang diberikan kepada ahli materi dan ahli media sebagai validasi modul. Serta lembar observasi yang digunakan untuk observasi kegiatan siswa pada saat *penggunaan* modul matematika berbasis Kocerin dengan model *Discovery Learning* dan lembar tanggapan siswa yang digunakan siswa untuk menanggapi modul matematika

berbasis Kocerin dengan model *Discovery Learning*.

5. Desain Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan. Dimana yang dikembangkan adalah modul matematika berbasis Kocerin dengan model *Discovery Learning*. Di sini peneliti menggunakan model desain sistem pembelajaran yang memperlihatkan tahapan – tahapan desain system pembelajaran yang sederhana dan mudah dipelajari, yaitu model ADDIE. Model ini sesuai dengan namanya, terdiri dari lima tahap utama, yaitu (A)*nalysis*, (D)*esign*, (D)*evelopment*, (I)*mplementation*, dan (E)*valuation*.

Model desain sistem pembelajaran ADDIE dengan komponen– komponennya dapat digambarkan dalam diagram berikut:



Gambar 3.1 Model **ADDIE** (Pribadi, 2009: 127)

6. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini adalah teknik wawancara, yang mana wawancara dilakukan dengan guru matematika untuk mengetahui keadaan awal siswa. Kemudian dokumentasi, dokumentasi digunakan untuk mendapatkan data yang dipergunakan dalam penelitian antara lain daftar nama siswa kelas VIII, dan nilai ulangan akhir semester 1. Lalu teknik angket, yang mana angket digunakan untuk mengetahui kelayakan produk modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* selama proses belajar mengajar berlangsung. Dan teknik tes, dalam penelitian ini menggunakan perangkat test dalam bentuk uraian mengenai materi faktorisasi suku aljabar.

7. Analisis dan Interpretasi Data

a. Analisis Awal

Analisis awal menggunakan data nilai ulangan tengah semester I, bertujuan untuk mengetahui keadaan awal sampel. Analisis data awal digunakan uji normalitas sampel (uji *lilliefors*), uji homogenitas sampel (uji *F*).

b. Analisis Akhir

Data akhir berupa data nilai tes evaluasi materi pokok bahasan faktorisasi suku aljabar yang kemudian dianalisis menggunakan uji normalitas sampel (uji *lilliefors*), uji homogenitas sampel (uji *F*),

dan uji-t pihak kanan. Untuk mengetahui efektivitas selama pembelajaran berlangsung dianalisis menggunakan ketuntasan belajar individu, ketuntasan belajar klasikal serta melihat hasil rata – rata kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dari data perhitungan uji normalitas data awal dengan mengambil nilaiakhir semester 1 sebelum menggunakan media modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerindengan* model *Discovery Learning* dalam proses pembelajaran didapat untuk L_{hitung} kelas eksperimen = 0,1344 sedangkan L_{hitung} kelas kontrol = 0,1443. Karena $L_{tabel} = 0,1658$. Maka, $L_{hitung} < L_{tabel}$ pada taraf signifikan 5% dengan $n_1 = 28$ dan $n_2 = 28$ sehingga H_0 diterima. Hal ini berarti sampel dari kelas eksperimen dan kelas kontrol berdistribusi normal.

Untuk uji homogenitas data awal diperoleh $F_{hitung} = 1,02$ dengan $\alpha = 0,05$, dari daftar distribusi *F* dengan dk pembilang ($28 - 1 = 27$) dan dk penyebut ($28 - 1 = 27$) didapat $F_{(0,95)(27,27)} = 1,905$. Kriteria pengujian terima H_0 jika $F_{hitung} < F_{tabel}$. Karena $F_{hitung} < F_{tabel}$ yaitu $1,02 < 1,905$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan varians antar kelompok homogen (sama).

Uji normalitas berikutnya dilakukan pada data akhir dengan mengambil nilai siswa kelas VIII F dan VIII D didapat L_{hitung} kelas eksperimen = 0,1207 sedangkan L_{hitung} kelas kontrol = 0,0913. Karena $L_{tabel} = 0,1658$. Maka, $L_{hitung} < L_{tabel}$ pada taraf signifikan 5% dengan $n_1 = 28$ dan $n_2 = 28$ sehingga H_0 diterima. Hal ini berarti sampel dari kelas eksperimen dan kelas kontrol berdistribusi normal.

Untuk menguji homogenitas data akhir digunakan uji kesamaan dua varians. Dari data diperoleh F hitung = 1,316 dengan $\alpha = 0,05$, dari daftar distribusi F dengan dk pembilang ($28 - 1 = 27$) dan dk penyebut ($28 - 1 = 27$) didapat $F_{(0,95)(27,27)} = 1,905$. Kriteria pengujian terima H_0 jika F hitung $<$ F tabel. Karena F hitung $<$ F tabel yaitu $1,316 < 1,905$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan varians antar kelompok homogen (sama).

Setelah hasilnya normal dan homogen, maka dapat dilakukan uji hipotesis dengan uji-t pihak kanan. Setelah melakukan *posttest* (evaluasi) dari soal tes instrument penelitian, diperoleh $\bar{X}_1 = 78,79$ dan $\bar{X}_2 = 73,11$, $n_1 = 28, n_2 = 28$ dan $S_p = 10,4398$ sehingga diperoleh $t_{hitung} = 2,036$. Hasil tersebut kemudian dikonsultasikan dengan t_{tabel} . Dari tabel

distribusi t dengan dk = 54 dan $\alpha = 5\%$ diperoleh $t_{tabel} = 1,673$. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu $2,036 > 1,673$, maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih baik dari hasil belajar siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII semester I SMP Negeri 1 Semarang.

Selanjutnya untuk kriteria ketuntasan belajar, ketuntasan belajar individu untuk kelas eksperimen terdapat 22 siswa yang tuntas atau mencapai ketuntasan belajar sebesar 73% dari 28 siswa. Dan untuk kelas kontrol terdapat 18 siswa yang tuntas atau mencapai ketuntasan belajar sebesar 73% dari 28 siswa. Selanjutnya dilihat dari ketuntasan belajar klasikal didapatkan persentasi kelas eksperimen 78,57% dan kelas kontrol 64,29% hal ini diperoleh dari tes evaluasi kelas eksperimen ada 22 siswa yang tuntas dan kelas kontrol ada 18 siswa yang tuntas dari 28 siswa. Karena perhitungan diatas dirasa belum menguatkan bahwa hasil belajar siswa yang menggunakan modul pembelajaran matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih efektif daripada hasil belajar siswa yang mendapat model pembelajaran

konvensional pada materi pokok faktorisasi suku aljabar kelas VIII SMP Negeri 1 Semarang. maka dilakukan perhitungan lanjutan menggunakan rumus uji t satu pihak, sehingga untuk kelas eksperimen diperoleh $t_{hitung} = 3,16$. Dengan kriteria pengujian untuk $\alpha = 5\%$ dan $dk = n - 1 = 28 - 1 = 27$, diperoleh $t_{(0,95)(27)} = 1,70$. Aturan untuk menguji adalah tolak H_0 jika $t_{hitung} \geq t_{tabel}$. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, $3,16 > 1,70$ maka H_0 ditolak, sehingga dapat dikatakan bahwa kelas eksperimen telah tuntas belajar secara klasikal. Sedangkan untuk kelas kontrol diperoleh $t_{hitung} = 0,05$. Dengan kriteria pengujian untuk $\alpha = 5\%$ dan $dk = n - 1 = 28 - 1 = 27$, diperoleh $t_{(0,95)(27)} = 1,70$. Aturan untuk menguji adalah tolak H_0 jika $t_{hitung} \geq t_{tabel}$. Karena $t_{hitung} < t_{tabel}$, $0,05 < 1,70$ maka H_0 diterima, sehingga dapat dikatakan bahwa kelas kontrol belum tuntas belajar secara klasikal.

Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah, pengajuan hipotesis, analisis data penelitian dan pembahasan masalah maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Pengembangan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* valid (layak) digunakan oleh siswa dengan melihat dengan melihat penilaian dari validasi

ahli media, ahli materi dan tanggapan siswa.

2. Hasil belajar siswa pada kelompok eksperimen nmodul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih baik dibandingkan dengan siswa yang mendapat pembelajaran konvensional pada kelompok kontrol dalam pembelajaran matematika pada materi pokok Faktorisasi Suku Aljabar. Hal ini dibuktikan dari hasil uji t yang diperoleh, yaitu $t_{hitung} = 2,036$ dan $t_{tabel} = 1,673$ dengan taraf signifikansi 5%. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka H_0 ditolak dan ditunjukkan dari rata-rata pada kelas eksperimen sebesar 78,79, sedangkan rata-rata kelas kontrol hanya 73,11.
3. Hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih efektif daripada hasil belajar siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Hal ini dibuktikan dari ketuntasan belajar individu untuk kelas eksperimen terdapat 22 siswa yang tuntas dari 28 siswa. Dan untuk kelas kontrol terdapat 18 siswa yang tuntas dari 28 siswa. Selanjutnya dilihat dari ketuntasan belajar klasikal didapatkan persentase kelas eksperimen 78,57% dan kelas kontrol 64,29% hal ini diperoleh dari tes evaluasi kelas eksperimen ada 22 siswa

yang tuntas dan kelas kontrol ada 18 siswa yang tuntas dari 28 siswa. Karena perhitungan diatas dirasa belum menguatkan maka dilakukan perhitungan lanjutan menggunakan uji t satu pihak, sehingga untuk kelas eksperimen diperoleh $t_{\text{hitung}} = 3,16$ dan untuk kelas kontrol diperoleh $t_{\text{hitung}} = 0,05$. Dengan taraf signifikansi 5% maka $dk = n - 1 = 28 - 1 = 27$, diperoleh $t_{(0,95)(27)} = 1,70$ dan aturan untuk menguji $t_{\text{hitung}} \geq t_{\text{tabel}}$ sehingga dari uraian tersebut dapat dikatakan bahwa kelas eksperimen telah tuntas belajar secara klasikal sedangkan kelas kontrol dikatakan belum tuntas secara klasikal.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh, maka saran yang sekiranya dapat diberikan peneliti sebagai bahan pertimbangan untuk perbaikan proses pembelajaran adalah sebagai berikut :

1. Modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* ini sebaiknya digunakan guru dalam kegiatan pembelajaran karena sudah terbukti hasil belajar siswa yang menggunakan modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* lebih baik dibandingkan hasil belajar siswa yang menggunakan model konvensional.

2. Perlu dikembangkannya lagi modul matematika berbasis *Kocerin* dengan model *Discovery Learning* pada pokok bahasan yang lain agar dapat meningkatkan aktivitas dan kreativitas siswa dalam pembelajaran.
3. Guru perlu meningkatkan hasil belajar siswa dengan memilih model pembelajaran yang tepat dan dapat memperlancar kegiatan belajar mengajar dikelas disamping itu guru harus bisa mendekatkan diri pada siswa supaya terjadi interaksi yang baik antara guru dan siswa.
4. Guru hendaknya mengerti tingkat pemahaman siswa khususnya dalam pelajaran matematika supaya lebih mudah dalam menyampaikan pelajaran matematika.

Daftar Pustaka

- Arikunto, Suharsimi. 2002. *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta : Bumi Aksara.
- _____. 2009. *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta : Bumi Aksara.
- Darmawan, Resa Faesal. 2013. *E-Book Flip Publisher RTF*. <http://kammiikipggrisemarang.blogspot.com/2013/01/e-book-flip-publisher-rtf.html#> diakses tanggal 17 September 2013
- Deporter, Bobbi dan Mike Hernacki. 2009. *Discovery Learning : Membiasakan Belajar Nyaman dan Menyenangkan*. Bandung : PT. Mizan Pustaka.

- Djamarah, Syaiful Bahri dan Aswan Zain. 2010. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta : PT. Rineka Cipta.
- Erman Suherman, dkk. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung : JICA Universitas Pendidikan Indonesia.
- Farahsanti, Isna. 2012. *Efektivitas Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Numbered Heads Together (NHT) dengan Pendekatan Quantum Learning Ditinjau dari Kecerdasan Matematis Logis pada Pokok Bahasan Persamaan Garis Lurus Bagi Siswa SMP Negeri di Kabupaten Sukoharjo Tahun Pelajaran 2011/2012*. <http://pasca.uns.ac.id/?p=2251>
- Fitriani, Marini. 2010. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan Kuantum Di Kelas VIII SMP*. M Fitriani, Y Hartono, P Purwoko - **Jurnal Pendidikan Matematika**, 2010 - eprints.unsri.ac.id . Diakses pada tanggal 15 April 2013
- Hamdani. 2011. *Strategi Belajar Mengajar*. Bandung : CV. Pustaka Setia.
- _____. 2010. *Strategi Belajar Mengajar*. Bandung : CV. Pustaka Setia.
- Hernanda, Rani. 2013. *INDEKS PEMBANGUNAN: Peringkat naik, UNDP apresiasi kinerja Indonesia*. <http://web.bisnis.com/indeks-pembangunan-peringkat-naik-undp-apresiasi-kinerja-indonesia>
- Kartika, Dian. 2011. *Peringkat Indeks Pembangunan Manusia Indonesia Merosot di Peringkat 124*. <http://www.koalisi-perempuan.or.id/peringkat-indeks-pembangunan-manusia-indonesia-merosot-di-peringkat-124/> Diakses tanggal 18 April 2013
- Kristiyono, Agus. 2012. *Perbedaan Hasil Belajar Matematika Antara Siswa Yang Diajar Dengan Modul Dan CD Interaktif Pada Materi Fungsi Di SMK PGRI 02 Salatiga Tahun Pelajaran 2011/2012*. http://repository.library.uksw.edu/bitstream/handle/123456789/1869/T1_202008038_Full%20text.pdf?sequence=2
- Majid, Abdul. 2007. *Perencanaan Pembelajaran Matematika : Mengembangkan Standart Kompetensi Guru*. Bandung : PT. Remaja Rosdakarya.
- Putra, Nusa. 2012. *Research & Development Penelitian dan Pengembangan*. Jakarta : Grafindo Persada.
- Putri, Melisha. 2011. *Kualitas Sumber Daya Manusia di Indonesia*. <http://melishaputri.wordpress.com/2011/11/22/kualitas-sumber-daya-manusia-di-indonesia/> diakses pada tanggal 17 maret 2013.
- Pribadi, Benny A. 2009. *Model Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta: Dian Rakyat.
- _____. 2011. *Model Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta: Dian Rakyat.
- Sari, Intan Novia. 2012. *Pengembangan Bahan Ajar E-Modul Matematika Melalui CD Pembelajaran Dengan Macromedia Authorware 7.0 Sebagai Inovasi Media Pembelajaran Interaktif Pada Materi Dimensi Tiga Kelas X SMA Tahun Ajaran 2011/2012*. Skripsi.

- Semarang : Program Sarjana IKIP PGRI.
- Setyosari, Punaji. 2012. *Metode Penelitian Pendidikan dan Pengembangan*. Jakarta : Prenada Media Group.
- Sudjana. 2005. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Sugiyanto. 2009. *Model – Model Pembelajaran Inovatif*. Surakarta: Panitia Sertifikasi Guru Rayon 13 FKIP UNS.
- Sugiyono. 2010. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: CV. Alfabeta.
- Suherman, dkk. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung : Universitas Pendidikan Indonesia.
- Suprijono, Agus. 2009. *Cooperative Learning : Teori & Aplikasi Paikem*. Yogyakarta : Pustaka Pelajar.
- TIM Penyusun KBBI. 2005. *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.
- United Nations Development Programme .2013. *Human Development Reports 2013*
http://hdr.undp.org/en/media/HDR2013_EN_Summary.pdf
- Widodo, Chomsin S dan Jasmadi. 2008. *Panduan Menyusun bahan Ajar Berbasis Kompetensi*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Wikipedia. 2012. *ADDIE Model*.
http://en.wikipedia.org/wiki/ADDIE_Model. Diakses pada 7 Maret 2013
- Zuliningsih. 2011. *Pengaruh Model Pembelajaran Think Pair Share (TPS) dengan Berbantuan Lembar Kerja Siswa (LKS) dan Discovery learning Menggunakan CD Pembelajaran Terhadap Hasil Belajar Matematika pada Pokok Bahasan Dalil Pythagoras Siswa Kelas VII SMP N 1 Margorejo Tahun Ajaran 2010/2011*. Skripsi. Semarang : Program Sarjana IKIP PGRI.
- <http://gicara.com/uncategorized/flippublisher-wo-crack.html> Diakses 23 Maret 2013
- http://elearning.kjn.ac.th/moodle/elearn/web_ebook_computer/flippublisher_1/Flippublisher_1.pdf

Pendekatan Metakognisi Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Semester IV Mata Kuliah Statistika Matematika

Muchamad Subali Noto^a, Tonah^b, Ika Wahyuni^c

^a Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Dr. Sutomo No 85 Pekalongan, balimath61@gmail.com

^b Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Wanagati No 4 Cirebon, tonah_spsstk02@yahoo.com

^c Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Sekar Kemuning No.37 Cirebon, ik_math@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen kuasi yang bertujuan untuk mengetahui besar peningkatan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dengan pendekatan metakognisi pada mata kuliah statistika matematika, mengetahui besar aktivitas yang ditumbuhkan melalui pendekatan metakognisi berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematis, serta mengetahui perbedaan kemampuan penalaran matematis dalam pembelajaran dengan pendekatan metakognisi dengan pembelajaran ekspositori.

Instrumen penelitian meliputi Silabus, SAP, lembar pengamatan aktivitas dan lembar kerja mahasiswa. Data diolah dengan deskriptif, uji gain, analisis uji perbedaan *independent sample t test* dan uji regresi. Hasil menunjukkan besarnya peningkatan kemampuan penalaran masuk dalam kategori sedang yaitu sebesar 0,32. Pengaruh aktivitas mahasiswa dalam pembelajaran dengan pendekatan metakognisi terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa pada mata kuliah statistika matematika adalah sebesar 77% dengan persamaan regresinya $\hat{Y} = -26,729 + 0,835X_1$. Kemampuan penalaran matematis untuk kelas eksperimen lebih baik dari pada kelas kontrol yang menggunakan pembelajaran ekspositori.

Kata Kunci : Metakognisi, Penalaran Matematis, Statistika Matematika

ABSTRACT

This research is a quasi experimental that aims to determine the large increase in mathematical reasoning ability of students to approach metacognition in mathematical statistics course, knowing a great activity that fostered through metacognition approach affect the ability of mathematical reasoning , and mathematical reasoning ability to know the difference in metacognition learning approach with expository learning .

Research instruments includes Syllabus, SAP, observation sheet activities and student worksheets . The data were processed with descriptive, gain test, analysis of differences in independent sample t test and regression test. The results showed an increase in the amount of reasoning ability in the category of being that is equal to 0.32. The influence of student activity in learning with metacognitive approach to mathematical reasoning abilities of students in mathematical statistics course is of 77% with the regression equation $\hat{Y} = -26,729 + 0,835X_1$. Mathematical reasoning ability for the experimental class better than the control class that uses expository learning .

Keywords : Metacognition, Mathematical Reasoning, Mathematical Statistics

Pendahuluan

Peran matematika sebagai ilmu dasar memiliki nilai-nilai strategis dalam menumbuhkembangkan cara berfikir logis, bersikap kritis dan bertindak rasional. Peran matematika ini sesuai dengan tujuan umum pembelajaran matematika yang dirumuskan dalam NCTM (2000) yaitu: (1) komunikasi matematis; (2) penalaran matematis; (3) pemecahan masalah matematis; (4) koneksi matematis; dan (5) representasi matematis. Sumarmo (2005) mengemukakan bahwa kemampuan-kemampuan di atas disebut dengan daya matematik (*mathematical power*) atau keterampilan matematika (*doing math*).

Mengingat pentingnya matematika sebagai ilmu dasar dan kemampuan dalam matematika, maka kajian lebih lanjut tentang hal ini terus dilakukan. Sejalan dengan itu, peneliti mencoba mengkaji dua aspek yaitu metakognisi dan kemampuan penalaran matematis. Secara umum metakognisi adalah model dari kognisi, yang merupakan aktivitas pada suatu meta-level dan dihubungkan untuk objek (seperti kognisi) melalui monitoring dan fungsi kontrol. Sehingga metakognisi mempunyai peranan ganda yaitu sebagai suatu bentuk representasi kognisi yang didasarkan pada proses monitoring dan kontrol. Dalam merepresentasikan pengetahuan hendaknya diungkap secara logis dan terstruktur

sehingga kebenarannya dapat dipertanggungjawabkan secara matematik. Adanya semacam dorongan ini, akan berdampak pada peningkatan kemampuan berfikir logis, kritis dan kreatif yang pada akhirnya pada peningkatan kemampuan penalaran matematis.

Secara historis, istilah metakognisi diperkenalkan oleh Flavell yang diartikan sebagai kemampuan seseorang untuk mengontrol bermacam-macam aktivitas kognitif (Muisman, 2002: 24-26). Metakognisi terdiri dari pengetahuan metakognitif (*metacognitive knowledge*) dan pengalaman atau regulasi metakognitif (*metacognitive experiences or regulation*). Pengetahuan metakognitif menunjuk pada diperolehnya pengetahuan tentang proses-proses kognitif, pengetahuan yang dapat dipakai untuk mengontrol proses kognitif. Sedangkan pengalaman metakognitif adalah proses-proses yang dapat diterapkan untuk mengontrol aktivitas-aktivitas kognitif dan mencapai tujuan-tujuan kognitif. Kemampuan ini dilakukan melalui aksi-aksi diantara empat kelas fenomena, antara lain pengetahuan metakognisi, pengalaman-pengalaman metakognisi, tujuan atau tugas, dan aksi atau strategi (Kuntjojo, 2009: 1). Sementara itu, Livingstone (1997) mendefinisikan metakognisi sebagai *thinking about thinking* atau berpikir

tentang berpikir. Metakognisi, menurutnya adalah kemampuan berpikir di mana yang menjadi objek berpikirnya adalah proses berpikir yang terjadi pada diri sendiri. Ada pula beberapa ahli yang mengartikan metakognisi sebagai *thinking about thinking*, *learning to think*, *learning to study*, *learning how to learn*, *learnig to learn*, *learning about learning* (NSIN Research Matters No. 13, 2001 dalam Kuntjojo, 2009: 1).

Pengetahuan metakognisi merupakan pengetahuan yang diperoleh mahasiswa tentang proses-proses kognitif yaitu pengetahuan yang bisa digunakan untuk mengontrol proses-proses kognitif. Pengalaman metakognisi melibatkan strategi atau pengaturan metakognisi. Strategi metakognisi merupakan proses yang berurutan yang digunakan untuk mengontrol aktivitas kognitif dan memastikan bahwa tujuan kognitif telah dicapai. Proses ini terdiri dari:

Berikut disajikan tahap-tahap pendekatan metakognisi sebagai berikut.

Tahap 1: Fokus terhadap permasalahan

Tahap ini adalah tahap dimana melibatkan pengetahuan yang telah dimiliki mahasiswa dan keterampilan perencanaan.

Tahap 2: Memutuskan tentang bagaimana menyelesaikan masalah

Pada tahap ini selain keterampilan perencanaan yang dibutuhkan juga dengan keterampilan prediksi.

Tahap 3: Melaksanakan keputusan untuk menyelesaikan masalah

Pada tahap ini melibatkan pengetahuan prosedural, pengetahuan kondisional, dan keterampilan monitoring.

Tahap 4: Menginterpretasikan hasil terhadap masalah

Pada tahap ini melibatkan pengetahuan deklaratif, pengetahuan prosedural, pengetahuan kondisional, dan keterampilan monitoring.

Tahap 5: Evaluasi terhadap masalah

Pada tahap ini melibatkan keterampilan monitoring dan keterampilan evaluasi.

Metakognisi dapat diartikan pula sebagai pengetahuan pembelajar tentang strategi dan kemampuan untuk memperluas pengetahuan untuk memonitor proses belajar yang dilakukan. Mahasiswa sebagai pembelajar yang mandiri senantiasa mengetahui mengapa, bagaimana, dan kapan mereka menggunakan strategi membaca. Dalam diri mereka tumbuh kesadaran untuk mandiri dan menganalisis tujuan kegiatan belajar, mengidentifikasi apa yang sudah diketahui dan yang belum diketahui,

merencanakan proses belajar agar terlaksana dengan baik, serta mengevaluasi hasil kegiatan belajar yang mereka lakukan.

Lingkungan belajar dengan pendekatan metakognisi menyediakan banyak kesempatan kepada mahasiswa dalam mengembangkan kemampuan matematis mereka, untuk menggali, mencoba, mengadaptasi, dan mengubah prosedur penyelesaian, termasuk memverifikasi solusi, yang sesuai dengan situasi yang baru diperoleh. Apabila mahasiswa dalam kelas konvensional dijejali dengan latihan, teorema, dan persamaan, yang terbatas implementasinya dalam situasi yang tidak dikenal, mahasiswa dalam lingkungan belajar metakognisi umumnya memiliki lebih banyak kesempatan untuk mempelajari proses matematis terkait dengan komunikasi, koneksi, representasi, penalaran, dan pemodelan.

Menurut Kusumah (1986: 54), penalaran merupakan terjemahan dari kata *reasoning* yang didefinisikan sebagai penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen. Penalaran (ada yang menyebutnya sebagai pembuktian), sering pula diartikan sebagai cara berpikir, merupakan penjelasan sebagai upaya memperlihatkan hubungan antara dua hal atau lebih berdasarkan sifat-sifat atau

hukum-hukum tertentu yang sudah diakui kebenarannya dengan langkah-langkah tertentu yang berakhir dengan sebuah kesimpulan. Hal ini sejalan dengan pernyataan Shufer dan Pierce (dalam Sumarmo, 2004: 4) yang mendefinisikan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta-fakta dan sumber yang relevan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah tahapan berpikir matematik tingkat tinggi yang mencakup kemampuan untuk berpikir secara logis dan matematika berdasarkan fakta-fakta dan sumber yang mendukung.

Hiebert (2006: 20) menegaskan bahwa mengajar matematika yang efektif memerlukan pemahaman mengenai apa yang mahasiswa ketahui dan perlukan untuk belajar dan kemudian memberi tantangan dan mendukung mereka untuk mempelajarinya dengan baik. Untuk mencapai matematika yang berkualitas tinggi para pengajar harus (1) memahami secara mendalam matematika yang mereka ajarkan; (2) memahami bagaimana mahasiswa belajar matematika, termasuk di dalamnya mengetahui perkembangan matematika mahasiswa secara individual; dan (3) memilih tugas-tugas dan strategi yang akan meningkatkan mutu proses pengajaran.

Karakteristik pembelajaran yang mendayagunakan kemampuan metakognisi pada umumnya belum terlihat pada proses pembelajaran di perkuliahan. Dosen dianggap sebagai pemberi ilmu dan mahasiswa berada dalam keadaan kosong sehingga mahasiswa hanya menerima pengetahuan. Padahal, kemampuan yang ada dalam diri mahasiswa sangat beragam dan jika dimanfaatkan dengan baik dapat membuat proses belajar lebih efektif, termasuk dalam membaca. Dalam *Models of Teaching* (Joyce dan Marsha, 1996: 51) disebutkan bahwa dalam metakognisi ada proses “letting the student in on the secret” sehingga mahasiswa dapat membangun sendiri pengetahuan dan kemampuan mereka, memutuskan strategi belajar apa yang akan digunakan, pemecahan masalah, dan menemukan sendiri ilmu yang akan dipelajari.

Menurut Sumarmo (dalam Kusumah 2008: 15), indikator penalaran matematis meliputi: (1) menarik kesimpulan logis, (2) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta-fakta, sifat-sifat, dan hubungan, (3) memperkirakan jawaban dan proses solusi, (4) menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, (5) menyusun dan menguji konjektur, (6) merumuskan lawan contoh, (7) mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas

argumen, (8) menyusun argumen yang valid, (9) menyusun pembuktian langsung, tak langsung dan menggunakan induksi matematika. Dengan demikian indikator penalaran matematis diantaranya adalah menarik kesimpulan yang logis, mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, dan memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan dalam menyelesaikan soal-soal non rutin. Berdasarkan uraian di atas maka kemampuan penalaran matematis mahasiswa pada penelitian ini difokuskan pada beberapa indikator, yaitu: (1) menarik kesimpulan logis, (2) memeriksa validitas argumen, (3) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan dalam menyelesaikan soal-soal non rutin.

Statistika Matematika salah satu mata kuliah yang mempunyai posisi strategis untuk menumbuhkembangkan daya nalar mahasiswa. Namun keadaan di lapangan menunjukkan bahwa penguasaan materi Statistika Matematika khususnya pada pokok bahasan Teori Peluang masih lemah terutama masalah materi prasyarat, diantaranya penguasaan konsep kalkulus (Turunan dan Integral), Teori Dasar Himpunan dan Teori Bilangan (Deret). Salah satu kelemahan penguasaan materi Statistika Matematika oleh mahasiswa

adalah karena sukar memahami konsep permasalahan matematis yang biasa yang disajikan dalam soal cerita dan mahasiswa terbiasa dengan pembelajaran ceramah sehingga menjadikan mahasiswa tidak kreatif dan tidak aktif. Pembelajaran matematika semestinya tidak sekadar menjadi kegiatan menghafal fakta, mengingat rumus, atau menguasai algoritma belaka, akan tetapi semestinya menjadi ajang aktivitas kreatif yang mendorong mahasiswa untuk berpikir dan bernalar. Mahasiswa juga terpaku pada contoh yang diberikan dosen, sehingga apabila diberi soal yang sedikit dimodifikasi sulit untuk memahami dan menyelesaikannya.

Gambaran kemampuan penguasaan materi statistika matematika yang masih rendah berdampak pada hasil belajar yang belum memuaskan. Pembelajaran yang selama ini dilaksanakan belum mampu menumbuhkan keaktifan dan memuaskan. Kenyataan tersebut memerlukan perhatian, salah satu pendekatan pembelajaran yang menjadikan mahasiswa lebih aktif, kreatif dan efektif serta mampu meningkatkan penalaran mahasiswa terhadap materi peluang. Sehubungan dengan hal tersebut perlu adanya suatu upaya meningkatkan kemampuan penalaran mahasiswa. Salah satunya yaitu pendekatan metakognisi.

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui peningkatan kemampuan penalaran matematis mahasiswa yang mendapatkan pembelajaran dengan pendekatan metakognisi.
2. Untuk mengetahui besar aktivitas mahasiswa yang ditumbuhkan dalam pembelajaran dengan pendekatan metakognisi berpengaruh pada kemampuan penalaran matematis mahasiswa.
3. Untuk mengetahui bahwa kemampuan penalaran matematis mahasiswa yang mendapatkan pembelajaran dengan pendekatan metakognisi lebih baik dibanding mahasiswa yang mendapatkan pembelajaran dengan menggunakan pembelajaran ekspositori.

Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen yaitu mengetahui efektivitas pembelajaran dengan pendekatan metakognisi untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis mahasiswa materi peluang. Instrumen penelitian yang digunakan adalah: instrumen pembelajaran yang meliputi Silabus, SAP, dan LKM; dan instrumen pengumpulan data, yaitu instrumen tes

untuk data kuantitatif (jenis tertulis, bentuk uraian) dan instrumen non-tes untuk data kualitatif yang terdiri atas lembar observasi, angket, dan wawancara.

Sampel dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester IV Universitas Swadaya Gunung Jati (Unswagati). Pemilihan sampel dilakukan dengan teknik *random sampling*, karena diasumsikan populasi bersifat homogen. Asumsi ini didasarkan pada ciri-ciri relatif sama yang dimiliki populasi, antara lain.

- (1) Mahasiswa mendapat materi berdasarkan kurikulum yang sama.
- (2) Mahasiswa yang menjadi obyek penelitian duduk pada kelas paralel yang sama.
- (3) Mahasiswa mendapat waktu perkuliahan yang sama.

Hasil dan Pembahasan

Untuk mengetahui besar peningkatan kemampuan penalaran matematis mahasiswa, maka dianalisis dengan menggunakan *gain score* ternormalisasi menurut Hake (1998: 3) dengan rumus sebagai berikut:

$$N_Gain = \frac{S_{post} - S_{pre}}{S_{maks} - S_{pre}}$$

Keterangan:

S_{post} = Rata-rata *Post test*

S_{pre} = Rata-rata Skor *Pre test*

S_{maks} = Skor maksimal (50)

Gain score ternormalisasi $\langle g \rangle$ merupakan metode yang baik untuk menganalisis hasil *pre-test* dan *post-test*. *Gain score* merupakan indikator yang baik untuk menunjukkan tingkat keefektifan pembelajaran yang dilakukan dilihat dari skor *pre-test* dan *post-test*. Tingkat perolehan *gain score* ternormalisasi dikategorikan dalam tiga kategori, yaitu:

Tabel 1. Kategori N-Gain

Kategori	Rata-rata <i>N-Gain</i>
Rendah	$0.7 \leq g \leq 1$
Sedang	$0.3 \leq g < 0.7$
Tinggi	$g < 0.3$

Diperoleh nilai N-Gain sebesar 0,32 dengan rata-rata nilai *pre-test* 5,78 *post-test* 20,24. Ini berarti peningkatan kemampuan penalaran matematis mahasiswa masuk dalam kategori sedang. Dengan menggunakan pendekatan metakognisi, peningkatan dengan kategori sedang merupakan hasil yang baik.

Untuk uji pengaruh ini digunakan uji regresi sederhana dengan hipotesis seperti berikut ini.

$H_0 : b = 0$ (persamaan regresi tidak linier yang berarti keaktifan tidak berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematis)

$H_1 : b \neq 0$ (persamaan regresi linier yang berarti bahwa keaktifan berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa)

Berdasarkan hasil pengamatan keaktifan mahasiswa dan kemampuan penalaran matematis untuk kelas eksperimen, dilakukan uji pengaruh keaktifan terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa menggunakan bantuan SPSS 17.

Hasil menunjukkan nilai sig 0,000 < 5% sehingga H_0 ditolak, maka persamaan regresi linear, artinya keaktifan mahasiswa berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa. Diperoleh bentuk persamaan regresinya adalah $\hat{Y} = -26,729 + 0,835X_1$.

R *quare* sebesar 0,770 = 77% menunjukkan kecocokan data yang baik dengan model persamaan regresi yang diperoleh atau dapat diartikan bahwa kemampuan penalaran matematis dapat diterangkan sebesar 77% oleh keaktifan.

Kemampuan penalaran matematis dipengaruhi oleh keaktifan belajar sebesar 77% dan sisanya dipengaruhi oleh faktor lain yang mempengaruhi seperti minat belajar, kebiasaan belajar, keadaan sosial, iklim sosial dalam kelas, karakteristik belajar, tingkat intelegensi, persepsi mahasiswa terhadap guru dan lain sebagainya. Persamaan regresi yang diperoleh juga menunjukkan bahwa rata-rata skor kemampuan penalaran matematis meningkat sebesar 0,835 untuk peningkatan satu skor keaktifan belajar.

Granados (2000: 505) berpendapat bahwa keaktifan tidak hanya sekedar menyelaraskan aksi-aksi, tapi keaktifan perlu dibangun dalam kerangka yang fleksibel, terbuka untuk negosiasi, dan penuh improvisasi, sehingga perlu dibuat ruang desain keaktifan yang terbuka dan dinegosiasikan struktur konseptualnya yang memuat spesifikasi bersama yang relevan secara terus menerus.

Dick dan Carey (dalam Uno, 2009: 6) menyatakan bahwa proses pembelajaran akan lebih berhasil apabila mahasiswa secara aktif melakukan latihan secara langsung dan relevan dengan tujuan pembelajaran. Jadi upaya meningkatkan aktivitas mahasiswa dalam proses pembelajaran harus selalu dilakukan agar keinginan untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dapat terwujud dan penggunaan pendekatan metakognisi dapat menjadi alternatif penting untuk meningkatkan aktivitas belajar mahasiswa.

Selanjutnya membandingkan rata-rata kemampuan penalaran matematis dari kelas eksperimen dan kelas kontrol. Langkah yang pertama adalah uji kesamaan varian, hipotesis yang digunakan seperti berikut ini.

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (tidak terdapat perbedaan varians antara kelas eksperimen dan kelas

kontrol yang berarti kedua kelas homogen)

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (terdapat perbedaan varians antara kelas eksperimen dan kelas kontrol yang berarti kedua kelas tidak homogen)

Dalam penelitian ini analisa data uji banding menggunakan *Independent Sample Test* dan diperoleh hasil dari *Levene's Test for Equality of Variances* diperoleh $F = 5,260$ dan $\text{sig} = 0,027 = 2,7\% < 5\%$ maka H_0 ditolak, ini berarti bahwa kedua sampel mempunyai varian yang berbeda. Selanjutnya dipilih *Equal variance not assumed*, dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (tidak ada perbedaan nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol)

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (ada perbedaan nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol)

Hasil *t-test for Equality of Means* diperoleh $\text{sig} = 0,107 > 5\%$ sehingga H_0 diterima, maka $\mu_1 = \mu_2$ ini berarti tidak terdapat perbedaan rata-rata nilai kemampuan penalaran matematis mahasiswa antara kelas eksperimen dengan

kelas kontrol. Menurut uji banding memang tidak terdapat perbedaan rata-rata kemampuan penalaran matematis antara kelas eksperimen dan kelas kontrol, tetapi jika dilihat dari rata-rata kemampuan penalaran matematis kedua kelas jelas berbeda, rata-rata kemampuan penalaran matematis kelas eksperimen yaitu 20,24 lebih besar dari rata-rata kemampuan penalaran matematis kelas kontrol yaitu 15,66. Ini berarti rata-rata kemampuan penalaran matematis kelas eksperimen lebih baik dari kelas kontrol.

Kelas eksperimen mempunyai nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis lebih tinggi yaitu 20,24 dibandingkan nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis kelas kontrol yaitu sebesar 15,66. Berarti dapat dilihat perbedaan antara pembelajaran dengan menggunakan pembelajaran kooperatif pendekatan metakognisi dengan pembelajaran ekspositori, dari nilai rata-ratanya menunjukkan bahwa pembelajaran kooperatif dengan pendekatan metakognisi lebih baik dari pembelajaran ekspositori. Ini menunjukkan pembelajaran menggunakan pembelajaran kooperatif dengan pendekatan metakognisi yang lebih menekankan pada aktivitas dan pembelajaran sosial terbukti lebih baik dari pembelajaran individual dengan metode ceramah yang selama ini dilakukan. Hal ini

sejalan dengan pendapat Banks (1977: 1) yang menyatakan bahwa pembelajaran sosial tidak hanya membantu mahasiswa menyelesaikan masalah pribadinya, namun juga masalah-masalah sosial mereka melalui tindakan-tindakan sosial yang rasional.

Kesimpulan

Simpulan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Peningkatan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dengan pendekatan metakognif masuk dalam kategori sedang.
2. Kemampuan penalaran matematis mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan metakognisi lebih tinggi dibandingkan dengan pembelajaran ekspositori, ini menunjukkan ada pengaruh yang ditimbulkan melalui pendekatan metakognisi tersebut.
3. Besarnya pengaruh aktivitas dalam pembelajaran dengan pendekatan metakognisi terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa pada mata kuliah statistika matematika adalah sebesar 77% melalui persamaan $\hat{Y} = -26,729 + 0,835X_1$.

Saran yang dapat peneliti berikan guna memberikan sumbangan pemikiran untuk

meningkatkan kualitas KBM sebagai berikut.

1. Berdasarkan hasil penelitian, ada pengaruh yang signifikan antara aktivitas belajar terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa, oleh karena itu hendaklah para dosen senantiasa memperhatikan aktivitas mahasiswa untuk selanjutnya dapat meningkatkan aktivitas di kelas sehingga akan tercapai kemampuan penalaran matematis yang optimal. Misalnya dengan menerapkan model pembelajaran yang dapat melibatkan aktivitas mahasiswa dalam pembelajaran matematika.
2. Berdasarkan hasil penelitian, masih ada faktor-faktor lain yang mempengaruhi kemampuan penalaran matematis mahasiswa selain aktivitas belajar yang pengaruhnya besar terhadap kemampuan penalaran matematis mahasiswa. Oleh karena itu, perlu dikembangkan penelitian berikutnya untuk menemukan faktor-faktor lain yang sangat mempengaruhi kemampuan penalaran matematis mahasiswa guna meningkatkan kegiatan belajar mengajar.
3. Dalam pelaksanaan pembelajaran model kooperatif dengan pendekatan metakognisi yang perlu diperhatikan adalah manajemen waktu yang tepat,

karena dalam pelaksanaannya peneliti kurang optimal.

Ucapan Terimakasih

Kami ucapkan terima kasih kepada lembaga penelitian Unswagati yang telah memberikan dana penelitian dan kepada semua pihak yang membantu terlaksananya penelitian ini.

Pustaka

- Banks, J.A. 1977. *Teaching Strategies for the Social Studies: Inquiry and Decision-Making*^{2th}. Philipina: Addition-Wesley Publishing Company.
- Granados, R. 2000. Constructing Intersubjectivity in Representational Design Activities. *Journal of Mathematical Behavior*, Vol. 19(4), 503-530.
- Hake, R. R. 1998. Interactive-engagement vs traditional methods: A six-thousandstudent survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, Vol. 66, 64-74.
- Hiebert, J. 2006. Does Eight-Grade Mathematics Teaching in The United States Align With the NCTM Standards? Result From the TIMMS 1995 and 1999 Video Studies. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 37. No. 1, 5-32.
- Joyce, B. and Weil, M. 2000. *Models of Teaching*. Massachussetts: Allyn and Bacon Publishing Company.
- Kuntjojo. 2009. *Metakognisi dan Keberhasian Belajar Peserta Didik*. <http://ebekunt.wordpress.com/2009/04/12/metakognisi-dan-keberhasilan-belajar-peserta-didik/>. Diakses pada 14 Agustus 2009.
- Kusumah, Y. S. 1986. *Logika Matematika Elementer*. Bandung: PT Tarsito.
- Muisman. 2002. "Metakognisi", *Bab II Kajian Pustaka*, 24-26. <http://www.demandiri.or.id/file/muisman>. Diakses pada 10 Agustus 2009.
- National Council of Teacher Mathematics. (2000). *Principles and Standards for Schools Mathematics*. USA: Reston. V.A.
- Sumarno, U (2005). *Pengembangan Berfikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) Melalui Berbagai Pendekatan Pembelajaran*. Laporan Penelitian Hibah Pascasarjana Tahun Ketiga. UPI Bandung.
- Uno, H.B. 2009. *Model Pembelajaran Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Kreatif dan Efektif*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Berpikir Geometri Melalui Model Pembelajaran Geometri *Van Hiele*

Tri Nopriana

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Perjuangan No. 01 Cirebon, riatrinopriana@gmail.com

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji masalah peningkatan kemampuan berpikir geometri siswa melalui model pembelajaran geometri *van Hiele*. Populasi penelitian adalah siswa kelas VII salah satu SMP Negeri di Kota Cirebon. Subjek sampel adalah siswa kelas VII sebanyak dua kelas yang dipilih dengan teknik *purposive sampling*. Instrumen terdiri dari tes berpikir geometri yang disusun oleh Usiskin (1987) dan dialihbahasakan oleh penulis kedalam Bahasa Indonesia.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir geometri siswa yang mendapatkan pembelajaran melalui model pembelajaran geometri *van Hiele* lebih baik daripada siswa yang mendapatkan model pembelajaran konvensional, pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran geometri *van Hiele* memberikan pengaruh yang cukup besar dalam meningkatkan kemampuan berpikir geometri siswa, selain itu pencapaian level berpikir geometri siswa yang mendapatkan pembelajaran menggunakan model pembelajaran geometri *Van Hiele* lebih baik daripada siswa yang mendapatkan model pembelajaran konvensional.

Kata kunci : Model pembelajaran geometri *Van Hiele*, kemampuan berpikir geometri dan level berpikir geometri

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate the enhance of student's geometric thingking by using van Hiele learning phases among 7th grade students in one of secondary schools in Cirebon. The van Hiele Geometry Test (VHGT) as an instrument develop by Usiskin (1982) was used in this study after being translated into Indonesian.

The findings indicate that students with van Hiele learning phases had higher score on the VHGT and achieved higher van Hiele levels than students with conventional learning phases. Beside that, the study found that van Hiele learning phases give quite significant effect to enhance students geometric thingking.

Pendahuluan

Walle (2001: 309) mengemukakan alasan pentingnya mempelajari geometri diantaranya adalah: (a) Geometri mampu memberikan pengetahuan yang lebih lengkap mengenai dunia; (b) Eksplorasi

geometri dapat mengembangkan kemampuan pemecahan masalah; (c) Geometri memainkan peranan penting dalam mempelajari konsep lain dalam pembelajaran matematika; (d) Geometri digunakan setiap hari oleh banyak orang;

(e) Geometri adalah pelajaran yang menyenangkan.

Dalam TIMSS (2011: 145) ditemukan bahwa prestasi belajar geometri siswa kelas VIII di Indonesia memperoleh urutan ke-37 dari 43 negara partisipan lainnya. Selain itu, prestasi belajar geometri siswa kelas VIII mengalami penurunan dari tahun 2007. Dibandingkan Negara berkembang lainnya, Indonesia merupakan salah satu negara yang memiliki perkembangan prestasi belajar matematika khususnya geometri tergolong rendah. Sunardi (Kania, 2010: 2) menyatakan bahwa dari 443 siswa kelas tiga SMP yang diteliti terdapat 86,91% menyatakan bahwa persegi bukan merupakan persegi panjang, 64,33% menyatakan bahwa belah ketupat bukan merupakan jajargenjang, dan 36,34% menyatakan bahwa pada persegi, dua sisi yang berhadapan saling tegak lurus.

Berdasarkan paparan di atas, ditemukan bahwa penguasaan konsep geometri siswa relatif masih rendah. Kesulitan-kesulitan dalam belajar geometri dimungkinkan karena siswa hanya belajar menyelesaikan masalah geometri yang diberikan. Yazdani (2007: 44) yang menyatakan bahwa terdapat korelasi positif yang kuat antara tingkat berpikir geometri dan prestasi belajar geometri. Artinya, semakin tinggi tingkat berpikir geometri

siswa, maka semakin tinggi prestasi belajar geometri siswa tersebut. *Pierre dan Dina van Hiele* (Welle, 2001) mengemukakan bahwa dalam belajar geometri, seseorang akan melalui lima tingkatan hierarkis. Lima tingkatan tersebut adalah level 1 (*visualization*), level 2 (*analysis*), level 3 (*informal deduction*), level 4 (*deduction*), dan level 5 (*rigor*). Tiap level, mendeskripsikan proses berpikir siswa dalam konteks geometri. Level tersebut menjelaskan bagaimana siswa berpikir dan ide geometri apa yang siswa pikirkan, dibandingkan berapa banyak pengetahuan yang mereka miliki. Siswa yang didukung dengan pengalaman pengajaran yang tepat, akan melewati lima tingkatan tersebut, di mana siswa tidak dapat mencapai satu tingkatan pemikiran tanpa melewati tingkatan sebelumnya. Setiap tingkat menunjukkan kemampuan berpikir yang digunakan seseorang dalam belajar konsep geometri.

Deskripsi tingkatan berpikir geometri siswa menurut *van Hiele* diuraikan sebagai berikut. **Level 1: Visualisasi**, tingkat ini sering disebut pengenalan (*recognition*). Pada tingkat ini, siswa mengenal suatu bangun geometri sebagai keseluruhan berdasarkan pertimbangan visual, ia belum menyadari adanya sifat-sifat dari bangun geometri itu. Misalnya, seorang siswa sudah mengenal

persegi dengan baik, apabila ia sudah bisa menunjukkan atau memilih persegi dari sekumpulan benda-benda geometri lainnya; **Level 2: Analisis**, pada tingkat ini, siswa sudah memahami sifat-sifat konsep atau bangun geometri berdasarkan analisis informal tentang bagian dan atribut komponennya. Misalnya, siswa sudah mengetahui dan mengenal sisi-sisi berhadapan pada sebuah persegi panjang adalah kongruen, panjang kedua diagonalnya kongruen dan memotong satu sama lain sama panjang. Tetapi pada tingkat ini siswa belum dapat memahami hubungan antara bangun-bangun geometri, misalnya persegi adalah juga persegipanjang, persegipanjang adalah jajar genjang; **Level 3: Deduksi Informal**, tingkat ini sering disebut pengurutan (*ordering*) atau abstraksi. Pada tahap ini, siswa mengurut secara logis sifat-sifat konsep, membentuk definisi abstrak dan dapat membedakan himpunan sifat-sifat yang merupakan syarat perlu dan cukup dalam menentukan suatu konsep. Pada tingkat ini siswa sudah memahami pengurutan bangun-bangun geometri, misalnya persegi adalah persegipanjang, persegipanjang adalah jajar genjang, persegi adalah belah ketupat, belah ketupat adalah jajar genjang; **Level 4: Deduksi**, pada tingkat ini, cara berpikir deduktif siswa sudah mulai berkembang, tetapi

belum maksimal. Dapat memahami pentingnya penalaran deduksi. Geometri adalah ilmu deduktif. Karena itu pengambilan kesimpulan, pembuktian teorema, dan lain-lain harus dilakukan secara deduktif. Misalnya, mengambil kesimpulan bahwa jumlah sudut-sudut sebuah segitiga adalah 180^0 ; hal ini belum tuntas apabila hanya dilakukan dengan cara induktif, seperti memotong-motong sudut-sudut segitiga dan menunjukkan bahwa ketiga sudutnya itu membentuk sebuah sudut lurus. Namun harus membuktikannya secara deduktif, contohnya dengan menggunakan prinsip kesejajaran. Pada tingkat ini siswa sudah memahami pentingnya unsur-unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, definisi dan teorema. Walaupun siswa belum mengerti mengapa hal tersebut dijadikan aksioma atau teorema; **Level 5: Rigor**, pada tingkat ini, siswa sudah dapat memahami pentingnya ketepatan dari hal-hal yang mendasar. Misalnya, ketepatan dari aksioma-aksioma yang menyebabkan terjadi Geometri Euclides dan apa itu Geometri non-Euclides. Tingkat ini merupakan tingkat berpikir yang kedalamannya serupa dengan yang dimiliki oleh seorang ahli matematika.

Selanjutnya, Yazdani merekomendasikan sekolah untuk mengembangkan kemampuan berpikir

geometri siswa dalam mencapai keberhasilan prestasi geometri. Upaya untuk meningkatkan kemampuan berpikir geometri, menuntut penulis untuk menggunakan pembelajaran geometri yang melibatkan aspek kognitif siswa. *van Hiele* merekomendasikan Model belajar untuk mengembangkan kemampuan berpikir geometri. Gutierrez (Erdogan, 2009: 183) menyatakan bahwa Model pembelajaran Geometri *van Hiele* membutuhkan partisipasi siswa dalam aktivitas rutin dan memungkinkan siswa untuk mengeksplor beberapa karakteristik berkaitan dengan konsep geometri untuk mencapai tujuan tertentu. Selain dapat mengembangkan kemampuan berpikir geometri siswa, Model pembelajaran geometri yang direkomendasikan oleh *van Hiele* diharapkan juga dapat memberikan suasana belajar baru pada pokok bahasan geometri.

Tahapan-tahapan belajar pada model pembelajaran geometri oleh *van Hiele* sebagai berikut: **Tahap 1 Informasi (Information)** Melalui diskusi, guru dan siswa terlibat dalam percakapan dan aktivitas mengenai objek-objek, pengamatan terhadap suatu keadaan, dan memperkenalkan kosakata khusus; **Tahap 2 Orientasi terarah (Directed Orientation)** Siswa mengerjakan tugas-tugas yang melibatkan berbagai hubungan

yang berbeda dari jaringan yang akan dibentuk dengan menggunakan bahan (misal, melipat mengukur, meneliti simetri, dan sebagainya). Guru memastikan bahwa siswa menjajaki konsep-konsep spesifik; **Tahap 3 Eksplisitasi (Explicitation)** Siswa menyadari jaringan hubungan topik yang dipelajari dan mencoba mengekspresikan jaringan tersebut dengan kata-kata mereka sendiri. Guru membantu siswa dalam menggunakan kosa kata yang benar dan akurat. Guru memperkenalkan istilah-istilah matematika yang relevan (misal, mengekspresikan sifat-sifat khusus/ciri-ciri sebuah bentuk geometri); **Tahap 4 Orientasi Bebas (Free Orientation)** Siswa belajar dengan tugas yang lebih rumit, untuk memecahkan soal/tugas yang lebih terbuka dengan menemukan caranya sendiri dalam hubungan jaringan (misal, mengetahui ciri-ciri dari satu jenis bentuk, menyelidiki ciri-ciri tersebut pada bentuk baru, seperti layang-layang); **Tahap 5 Integrasi (Integration)** Siswa merangkum/membuat ringkasan dan mengintegrasikan semua yang ia pelajari lalu merefleksikannya pada tindakan mereka dan memperoleh penelaahan gambaran akan hubungan jaringan yang baru terbentuk (misal, ciri-ciri gambar yang dirangkum)

Kondisi secara umum tentang kemampuan berpikir geometri siswa mendorong peneliti untuk melakukan penelitian terkait dengan peningkatan kemampuan berpikir geometri siswa menggunakan model pembelajaran geometri *van Hiele*.

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Apakah model pembelajaran Geometri *van Hiele* dapat meningkatkan kemampuan berpikir geometri siswa SMP?”

Selanjutnya rumusan masalah di atas diuraikan menjadi beberapa sub rumusan masalah sebagai berikut: Apakah peningkatan kemampuan berpikir geometri siswa yang pembelajarannya menggunakan Model pembelajaran geometri *van Hiele* lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran geometri secara konvensional?; Seberapa besar pengaruh model pembelajaran geometri *van Hiele* terhadap kemampuan berpikir geometri siswa?

Metode Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian kuasi eksperimen, dengan desain kelompok kontrol pretes postes. Dalam implementasinya, penelitian ini

menggunakan dua kelompok siswa, pada kelompok pertama, digunakan Model Pembelajaran Geometri *van Hiele* (eksperimen) dan kelompok kedua memakai model pembelajaran konvensional (kontrol). Sebelum diberikan pembelajaran, kedua kelompok (eksperimen dan kontrol) sama-sama diberikan tes awal (pretes) mengenai kemampuan berpikir geometri. Setelah diberikan perlakuan, kemudian diberi tes akhir (postes) untuk mengetahui kemampuan berpikir.

Populasi terjangkau dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VII salah satu SMP Negeri di Kota Cirebon dan sampel penelitian sebanyak 2 kelas yang dipilih dengan teknik *purposive sampling*. Selanjutnya, kedua kelas tersebut, dipilih secara acak untuk ditentukan sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol. Kelas VII-H terpilih sebagai kelas yang akan melalui pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran geometri *van Hiele* atau dengan kata lain kelas VII-H akan menjadi kelas Eksperimen sebanyak 49 siswa. Kelas VII-F terpilih sebagai kelas yang akan melalui pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran konvensional atau dengan kata lain kelas VII-F akan menjadi kelas Kontrol sebanyak 46. Sehingga seluruh sampel berjumlah 95 siswa.

Lembar Tes Berpikir Geometri

Tes yang digunakan untuk mengukur kemampuan berpikir geometri siswa berupa *van Hiele Geometry Test* (VHGT) yang dikembangkan oleh *The Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project* (CDASSG). VHGT berupa tes pilihan ganda berisi 25 soal yang disusun kedalam 5 level berpikir geometri yang disampaikan *van Hiele*. Koefisien reliabilitas subtes yang disampaikan Usiskin (Fryhklon, 1994: 9) untuk level 1 sampai 5 berturut-turut adalah sebagai berikut: 0,79; 0,88; 0,88; 0,69; dan 0,65. Pada penelitian ini, penulis mengalihbahasakan tes VHGT yang telah disusun oleh Usiskin (1982:156) yang telah teruji validitas dan reliabilitasnya kedalam bahasa Indonesia, sehingga memudahkan penulis dalam menggunakan tes VHGT.

Soal-soal VHGT pada level 5 berupa soal yang mengharuskan siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan silogisme pada kalimat sebelumnya. Soal-soal tersebut berkaitan dengan materi logika matematika yang baru diberikan pada jenjang SMA pada siswa di Indonesia. Oleh karena itu, sebagai pertimbangan, maka VHGT yang diberikan pada siswa SMP kelas VII pada

penelitian ini, hanya soal-soal pada level 1, 2, 3 dan 4 yang berjumlah 20 soal.

Kriteria dalam Menentukan Tingkat Berpikir Geometri Siswa

Dalam instrumen tes yang mengukur tingkat berpikir geometri yang disusun Usiskin, setiap tingkat terdapat lima pertanyaan. Berdasarkan jawaban yang benar, maka diberikan kriteria sebagai berikut;

- a) Jika siswa dapat menjawab 3-5 pertanyaan dengan benar pada level 1, maka siswa tersebut mencapai tingkat berpikir geometri level pertama.
- b) Jika siswa dapat menjawab 3-5 pertanyaan dengan benar pada level 2, maka siswa tersebut mencapai tingkat berpikir geometri level kedua, dan seterusnya.
- c) Jika siswa tidak menjawab dengan benar 3 atau lebih pertanyaan pada level 3,4, dan 5, maka siswa tersebut mencapai tingkat berpikir geometri yang kedua.

Pada penelitian ini, terdapat kelompok siswa yang belum mencapai level berpikir geometri tingkat 1. Oleh karena itu, penulis mengelompokkan mereka pada level "Pre-1".

Diskusi Hasil Penelitian

Berikut ini akan disajikan deskripsi tingkat berpikir geometri siswa antara

kedua kelompok siswa yang diberi pengajaran dengan model pembelajaran geometri *van Hiele* (MPGVH) dan model pembelajaran konvensional (MPK). Penyebaran data kemampuan berpikir geometri terdiri dari dua cara yaitu penyebaran sesuai pedoman penyebaran soal pilihan ganda dan penyebaran diberikan secara level sesuai dengan kriteria penentuan level berpikir geometri yang telah disampaikan sebelumnya. Cara penyebaran yang pertama yang berupa data interval digunakan untuk mengolah keseluruhan data kemampuan berpikir geometri, penyebaran berdasarkan level berpikir geometri yang merupakan data ordinal hanya digunakan sebagai data deskriptif.

Deskripsi statistik kemampuan berpikir geometri disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut.

Tabel 1. Deskripsi Statistik Data Postes Kemampuan Berpikir Geometri Kedua Kelompok Model Pembelajaran

Kelas	Jumlah Siswa (N)	x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	S	% Pencapaian
MPGVH	49	6	12	8,7	1,4	43,65
MPK	46	4	11	7,3	1,7	36,30

Tabel 2. Deskripsi Statistik Gain Ternormalisasi Kemampuan Berpikir Geometri Kedua Kelompok Model Pembelajaran

Kelas	Jumlah Siswa (N)	x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	S	Interpretasi Gain Ternormalisasi
MPGVH	49	0,07	0,44	0,21	0,10	Rendah
MPK	46	0,00	0,38	0,15	0,09	Rendah

Selanjutnya akan disajikan deskripsi kemampuan berpikir geometri *van Hiele* siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Geometri *van Hiele* dan siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Konvensional berdasarkan kategori level berpikir geometri yang disampaikan *van Hiele*. Kategori kemampuan berpikir geometri berdasarkan level yang disampaikan oleh *van Hiele*, akan disajikan dalam bentuk angka dan persentase, sebagai berikut:

Tabel 3. Deskripsi Level Berpikir Geometri Siswa Pada Kedua Kelompok Model Pembelajaran

Level	MPGVH				MPK			
	Pretes		Postes		Pretes		Postes	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Pre-1	7	14,3	0	0	6	13	0	0
1	34	69,4	11	22,4	35	76,1	20	43,5
2	8	16,3	33	67,3	5	10,9	26	56,5
3	0	0	5	10,2	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	49	100	49	100	46	100	46	100

Selanjutnya, untuk mengetahui perbedaan rerata dari kedua kelas berdasarkan model pembelajaran dilakukan

uji perbedaan rerata gain ternormalisasi kemampuan berpikir geometri *van Hiele*.

Uji perbedaan rerata gain ternormalisasi menggunakan ujit-t. Hipotesis statistik di atas merupakan hipotesis satu arah, sehingga kriteria pengujian Menurut Whidiarso (Ramdhani, 2012) jika $\frac{1}{2} sig. (2 - arah) = sig. (1 - arah) > 0,05$ maka H_0 diterima, sedangkan jika sebaliknya maka H_a diterima Hasil perhitungan menunjukan $\frac{1}{2} sig. (2 - arah) = 0,0005 < 0,05$, sehingga H_0 ditolak, atau H_a diterima, dengan kata lain peningkatan kemampuan berpikir geometri *van Hiele* siswa yang mendapat pembelajaran dengan Model Pembelajaran Geometri *van Hiele* lebih baik daripada peningkatan kemampuan berpikir geometri *van Hiele* siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Konvensional.

Untuk mengetahui seberapa besar pengaruh model pembelajaran geometri *van Hiele* terhadap peningkatan kemampuan berpikir geometri siswa, dilihat dengan menghitung *effect size* yang disampaikan oleh Cohen's (Thalheimer, 2002: 4). Nilai $d = 0,6$, sesuai dengan kriteria *effect size* yang terdapat dalam Becker (2000), maka nilai *effect size* termasuk dalam kategori sedang, artinya pembelajaran dengan menggunakan model

pembelajaran geometri *van Hiele* memberikan pengaruh yang cukup besar dalam meningkatkan kemampuan berpikir geometri siswa. Interpretasi lainnya dari nilai *effect size*, yang juga disampaikan Becker, adalah jika nilai *effect size* sebesar 0,6 berarti nilai rata-rata siswa pada kelas eksperimen memiliki skor kemampuan berpikir geometri lebih tinggi sebanyak 73% dibandingkan skor kemampuan berpikir geometri pada kelas kontrol.

Kesimpulan Dan Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut: Peningkatan tingkat berpikir geometri siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Geometri *van Hiele* lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Konvensional. Kategori peningkatan tingkat berpikir geometri siswa yang pembelajarannya menggunakan model pembelajaran geometri *van Hiele* dan siswa yang pembelajarannya menggunakan model pembelajaran konvensional tergolong rendah.

Berdasarkan kesimpulan, diajukan beberapa saran sebagai berikut: Model pembelajaran geometri *van Hiele* secara kooperatif dapat menjadi salah satu alternatif model pembelajaran dalam

mengembangkan tingkat berpikir geometri siswa khususnya pada siswa kelas VII SMP. Untuk lebih mengefektifkan waktu, sebaiknya alat peraga yang digunakan dalam menggunakan model pembelajaran geometri *van Hiele* berbantuan komputer, misalnya dengan berbantuan *software Microsoft Power Point* atau *Macromedia Flash*.

Daftar Pustaka

- Becker, L (2000). Effect Size. [Online] Tersedia:
<http://www.bwgriffin.com/gsu/courses/edur9.pdf> [05 Juni 2013]
- Crowley, M.L.(1987). *The Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought* . Dalam Lindquist, M.M and Shulte, A.P. (Eds.), *Learning and Teaching Geometry, K-12*, (pp. 1-16). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Erdogan, et al. (2009). The Effect of the Van Hiele Model Based Instruction on the Creative Thinking Levels of 6th Grade Primary School Students. *Educational Science: Theory & Practice*. 9(1). 181-194.
- Frykholm, J. (1994). *External Variable as Predictors of Van Hiele Levels in Algebra and Geometry Students*. U.S Departement Of Education: Education Resources Information Center (ERIC).
- Lin, et al. (2011). U.S. and Taiwanese Pre-service Teachers' Geometry Knowledge and Thinking. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. [online]
<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm> [15 Desember 2012]
- Mullis, et.al. (2011). *TIMSS 2011: International Results in Mathematics*. United States: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Ramdhani, S. (2012). *Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Problem Posing untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Koneksi Matematis Siswa*. Tesis PPs UPI. Bandung: Tidak Diterbitkan.
- Thalheimer, A. & Samantha, C. (2002). How to Calculate Effect Sizes from Published Research: A Simplified Methodology. *Work-Learning Research*. [Online]. Tersedia:
http://education.gsu.edu/coshima/EPRS8530/Effect_Sizes_pdf4.pdf [21 Mei 2013].
- Usiskin, Z. (1982) *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry: Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry (CDASSG) Project*. Department of Education, University of Chicago, US.
- Walle, J.A. (2001). *Geometric Thinking and Geometric Concepts. In Elementary and Middle School. Mathematics: Teaching Developmentally*, 4th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Yazdani, M. (2007). Correlation between Students' level of Understanding Geometry According to the Van Hieles' Model and Students'

Achievement in Plane Geometry.
Journal of Mathematical Sciences
& *Mathematics Education*, 1(5),
40-45.

Geostatistik *Mineral Matter* Batubara Pada Tambang Air Laya

Surya Amami P^a, Masagus Ahmad Azizi^b

^aProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI

Jl. Perjuangan No 1 Cirebon, amamisurya@gmail.com

^b Program Studi Teknik Pertambangan FTKE Universitas Trisakti

Jl. Kyai Tapa No 1, Grogol, Jakarta Barat, masagus.azizi@gmail.com

ABSTRAK

Potensi batubara kokas sangat terbatas di dalam negeri mengingat produk ini merupakan jenis batubara peringkat tinggi (high rank coal) dan memiliki harga jual 2 hingga 3 kali harga batubara untuk kebutuhan pembangkit listrik. Nilai kalori dan kadar zat terbang adalah bagian dari indikator batubara kokas, yang ditentukan oleh mineral matter.

Perkembangan harga batubara kokas yang cukup tinggi saat ini, bervariasi dari 80 hingga 120 US Dollar per ton baik di pasaran domestik maupun internasional maka akan sangat menguntungkan bila potensi batubara kokas yang dimiliki pertambangan batubara dapat dikelola dan dikembangkan. Salah satu faktor yang mempengaruhi harga batubara adalah *mineral matter*. Dalam statistika salah satu metode untuk menaksir kandungan *mineral matter* ini adalah metode *ordinary kriging*. Sebelum menggunakan metode ini, data dipastikan harus stasioner, kemudian ditentukan model estimasi yang sesuai untuk menaksir *mineral matter*.

Kata Kunci : batu bara, *mineral matter*, geostatistik, kriging.

ABSTRACT

Potential coking coal in the country has limited, considering that this product is a kind of high rank coal and has a selling price of 2 to 3 times the price of coal for electricity generation needs. Calorific value and volatile matter is part of the indicator of coking coal, which is determined by the mineral matter.

The development of coking coal prices are quite high at this time, varying from 80 to 120 U.S. dollar per ton in both the domestic and international market. It will be very profitable if potential coking coal owned by coal mining can be managed and developed. One of the factors that affect the price of coal is mineral matter. In one of the statistical methods to estimate the mineral matter is ordinary kriging method. Before using this method, the data must be sured stationary, then determined the appropriate estimation model for imating mineral matter.

Keyword : coal, mineral matter, geostatistical, kriging.

Pendahuluan

Melihat perkembangan harga batubara kokas yang cukup tinggi saat ini dengan harga jual 2-3 kali harga batubara untuk kebutuhan pembangkit listrik, maka akan sangat menguntungkan bila potensi batubara kokas yang dimiliki pertambangan batubara dapat dikelola dan dikembangkan. Salah satu faktor yang mempengaruhi harga batubara adalah kualitas dari batubara, semakin baik kualitasnya semakin tinggi harganya.

Kualitas batubara merupakan sifat fisika dan kimia dari batubara yang mempengaruhi potensi kegunaannya. Kualitas batubara kokas ditentukan oleh Crucible Swelling Number (CSN), dilatasi, fluiditas, kandungan maseral, reflektan vitrinit, nilai kalori, dan kadar zat terbang (volatile matter).

Nilai kalori dan zat terbang ditentukan oleh kandungan mineral matter, yang dipengaruhi oleh kadar abu dan sulfur yang merupakan produk dari analisis proksimat. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk melihat geostatistik dari salah satu faktor yang mempengaruhi kualitas batubara tersebut, yaitu *mineral matter*, serta menaksir kadarnya.

Mineral matter adalah material inorganik yang terkandung di dalam batubara. Setelah pembakaran batubara, sebagian besar mineral matter tersebut akan tersisa

menjadi abu (*ash*), sedangkan sebagian kecil lainnya akan hilang menjadi gas terbang. Oleh sebab itu, untuk mengetahui besarnya kandungan mineral matter di dalam batubara dapat didekati dari data kadar abu (*ash content*) dan kandungan sulfurnya.

Sistem klasifikasi peringkat batubara ASTM umumnya menggunakan basis: bebas mineral matter (*mineral matter free*) untuk beberapa parameter kualitas yang terkait dengan peringkat batubara. Sehubungan dengan hal tersebut, kita harus mengetahui besarnya kandungan mineral matter di dalam batubara yang dapat dihitung berdasarkan rumus empiris Parr sebagai berikut:

Perhitungan dilakukan menggunakan program Microsoft Excel dari data kandungan abu dan sulfur yang terlebih dahulu sudah ditabulasi.

Salah satu metode dalam statistika untuk

$$MM = 1.08 * Ash + 0.55 * Sulfur$$

menaksir *mineral matter* ini adalah metode *ordinary kriging*. Metode ini dapat dilakukan apabila data yang ada merupakan data yang bersifat stasioner. Suatu data dikatakan stasioner apabila data tersebut tidak memiliki kecenderungan terhadap trend tertentu. Atau dengan kata lain, apabila fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata – rata yang konstan, tidak

tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Terdapat 3 macam stasioneritas dalam geostatistika, yaitu: (Delfiner, 1996 : 16)

1. Stasioner kuat

Variabel random $Z(s)$ dikatakan stasioner kuat atau *strict stationarity* jika fungsi distribusi dari $(z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_t))$ dan $(z(s_{1+h}), z(s_{2+h}), \dots, z(s_{t+h}))$ sama untuk sebarang nilai h , dengan h merupakan suatu konstan dan t adalah pengamatan.

2. Stasioner lemah

Pada stasioner lemah (*second order stationarity*), diasumsikan bahwa $E(Z(s)) = m$. Berarti nilai ekspektasi akan konstan untuk suatu lokasi s , sehingga akan mengakibatkan $E(Z(s)) = E(Z(s+h))$ dan kovariansi hanya bergantung pada jarak h dan tidak bergantung pada lokasi s , $C(h) = \sigma^2$

3. Stasioner instrinsik

Suatu variabel random dikatakan stasioner instrinsik apabila memenuhi persamaan berikut:

- $E[Z(s+h) - Z(s)] = 0$
- $Var[Z(s+h) - Z(s)] = 2\gamma(h)$

Dengan menggunakan asumsi stasioner lemah dan stasioner instrinsik yang diasumsikan, maka dapat dituliskan hubungan antara variogram dengan simbol $2\gamma(h)$ dan covariansinya sebagai berikut:

$$2\gamma(h) = 2C(0) - 2C(h)$$

Dari bentuk di atas diperoleh hubungan antara semivariogram dengan simbol $\gamma(h)$ dan covariansinya adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h).$$

Variogram ($2\gamma(h)$) merupakan salah satu alat statistika yang digunakan untuk menggambarkan dan memodelkan hubungan spasial antar variabel terregionalisasi. Sedangkan semivariogram $\gamma(h)$ adalah setengah dari variogram.

Semivariogram ($\gamma(h)$) yang didefinisikan dalam makalah ini adalah semivariogram eksperimental karena merupakan semivariogram yang diperoleh dari data yang diketahui atau yang diamati.

Rumus perhitungan semivariogram eksperimental, yaitu

$$\gamma^*(h) =$$

$$\frac{1}{2|N(h)|} \sum_{(s_i, s_j) \in N(h)} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2$$

dimana

$$N(h) = \{(s_i, s_j), d(s_i, s_j) = h\}$$

s_i : Lokasi-lokasi sampel

$\gamma^*(h)$: semivariogram eksperimental

$Z(s_i)$: Nilai dari suatu variabel pada lokasi s_i

Jika $\gamma(h)$ hanya bergantung pada jarak h , maka $\gamma(h)$ dinamakan semivariogram isotropik. Sedangkan jika $\gamma(h)$ bergantung pada jarak h dan arah θ , maka $\gamma(h)$ disebut semivariogram anisotropik.

Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam perhitungan semivariogram eksperimental, yaitu

- a. Bila sampel hilang dari pola reguler, nilai sampel yang hilang tersebut tidak perlu diinterpolasi dengan mengambil meannya atau menggantinya dengan nilai 0.
- b. Bila data iregular, maka variogram dihitung untuk kelas jarak dengan toleransi tertentu

Untuk menghitung semivariogram eksperimental perlu diperhatikan arah dan panjang jarak antar titik sampel, dengan kata lain perlu diperhatikan jarak dan arah h .

Berikut merupakan model-model variogram yang sering digunakan :

- a. Model Linear

$$\gamma(h) = C_0 + \beta h$$

dengan

C_0 : *Nugget effect*

β : koefisien dari h

h : Jarak

- b. *Nugget Effect*

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & h = 0 \\ C, & h > 0 \end{cases}$$

- c. Model Sferikal

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ C, & |h| \geq a \end{cases}$$

- d. Model Eksponensial

Pada model eksponensial terjadi peningkatan dalam semivariogram yang sangat curam dan mencapai nilai sill secara asimtotik, dirumuskan sebagai berikut,

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp - \left(\frac{|h|}{a} \right) \right)$$

- e. Model Gaussian

Model Gaussian merupakan bentuk kuadrat dari eksponensial sehingga menghasilkan bentuk parabolik pada jarak yang dekat, dirumuskan sebagai berikut;

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp - \left(\frac{|h|}{a} \right)^2 \right)$$

Dengan $C = \text{sill}$, $h = \text{jarak}$, dan $a = \text{range}$.

Setelah menghitung semivariogram eksperimental, dan menyeleksi model variogram yang sesuai dengan variogram eksperimental, kita dapat melakukan proses kriging. Kriging merupakan metode estimasi nilai suatu variabel pada titik atau blok yang tidak ada nilai sampelnya dengan menggunakan kombinasi linear dari variabel-variabel yang telah diketahui.

Tujuan kriging yaitu,

- a. Mencari penaksir tak-bias linear terbaik
- b. Memilih rata-rata berbobot dari nilai sampel yang memiliki variansi minimum
- c. Interpolasi spasial

Kriging terdiri dari dua jenis, yaitu *ordinary kriging* (OK) dan *simple kriging* (SK). *Ordinary kriging* digunakan jika

meandari data tidak diketahui, dan *simple kriging* digunakan jika mean dari data diketahui. Dalam pembahasan berikutnya, jenis kriging yang digunakan dalam penelitian ini adalah *ordinary kriging* (OK).

Ordinary kriging (OK) merupakan metode kriging paling sederhana yang terdapat pada geostatistika. Pada *Cressie ordinary kriging* berhubungan dengan prediksi spasial dengan dua asumsi:

Asumsi model :

$Z(s) = m + \varepsilon(s)$ dengan m tidak diketahui.

Asumsi prediksi :

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \text{ dengan } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

dimana

$\varepsilon(s)$: nilai error dari $Z(s)$

n : banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi.

Sifat – sifat *ordinary kriging* yaitu:

1. Linear

Diperoleh suatu persamaan pada metode *ordinary kriging* adalah sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

Dari persamaan diatas, $\hat{Z}(s)$ dapat dikatakan estimator yang bersifat linear karena merupakan fungsi linear dari $Z(s)$.

Terdapat n pengukuran pada lokasi 1, 2, 3, ..., n dinyatakan sebagai berikut $Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_n)$. Berdasarkan data yang tersampel, akan diestimasi $Z(s)$ pada lokasi yang tidak tersampel yang

dinyatakan dalam $Z(s_0)$. Selanjutnya akan disusun variabel random untuk menggambarkan estimator dari error, yaitu

$$\hat{\varepsilon}(s_0) = \hat{Z}(s_0) - Z(s_0)$$

2. Unbiased

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa $\hat{Z}(s)$ merupakan estimator tak bias. Dapat dipastikan bahwa error pada lokasi tertentu memiliki nilai ekspektasi 0 dengan menerapkan rumus untuk nilai ekspektasi pada kombinasi linear terhadap persamaan berikut,

$$\hat{\varepsilon}(s_0) = \hat{Z}(s_0) - Z(s_0)$$

sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} E(\hat{\varepsilon}(s_0)) &= \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i)) - E(Z(s_0)) \end{aligned}$$

Dengan asumsi bahwa fungsi random bersifat stasioner, dimana setiap nilai ekspektasi boleh dituliskan sebagai $E(Z)$ sehingga diperoleh:

$$E(\hat{\varepsilon}(s_0)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z) - E(Z)$$

Karena $E(\hat{\varepsilon}(s_0)) = 0$, maka

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Selanjutnya,

$$E(\hat{Z}(s)) = E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right)$$

$$E(\hat{Z}(s)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i))$$

$$E(\hat{Z}(s)) = m$$

Berdasarkan penjabaran di atas, maka diperoleh $E(\hat{Z}(s)) = m = E(Z(s))$. Ini berarti *ordinary kriging* menghasilkan estimator yang tak bias dengan

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

3. Best

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa metode *ordinary kriging* bersifat *best* yaitu dengan meminimumkan variansi error.

Dengan mengasumsikan

bahwa $Var(Z(s_0)) = \sigma^2$, sehingga

$$\begin{aligned} Var(\hat{e}(s_0)) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &= Var(\hat{Z}(s_0)) + \sigma^2 \\ &\quad - 2Cov(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)) \end{aligned}$$

Dimana,

$$Var(\hat{Z}(s_0)) = Var\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right)$$

dan

$$\begin{aligned} Cov(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)) \\ = \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} Var(\hat{e}(s_0)) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j Cov(Z(s_i), Z(s_j)) + \sigma^2 \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned}$$

dengan syarat $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Setelah melakukan penjabaran di atas, maka dapat dicari nilai minimum dari variansi error menggunakan *lagrange multiplier* dengan parameter *lagrange* $2m$ ($m = \text{mean}$).

Persamaan *lagrange multiplier* dinyatakan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} F(\lambda, m) &= Var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)) \\ &\quad + 2m\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1\right) \end{aligned}$$

Jika persamaan *lagrange multiplier* kita turunkan terhadap $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, maka diperoleh,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(Z(s_i), Z(s_j)) + m \\ = Cov(Z(s_j), Z(s_0)) \end{aligned}$$

dengan $j = 1, 2, \dots, n$

Jika persamaan *lagrange multiplier* kita turunkan terhadap m , diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Persamaan diatas dalam notasi matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ \vdots \\ C_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}$$

atau

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{01} \\ \gamma_{02} \\ \vdots \\ \gamma_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}$$

dengan

C_{ij} : kovariansi antara variabel tersampel pada lokasi i dengan variabel tersampel pada lokasi j ($C_{ij} = C(s_i - s_j), i, j = 0, 1, \dots, n$)

$\gamma_{ij} = \gamma(s_i - s_j)$, untuk $i, j = 0, 1, \dots, n$

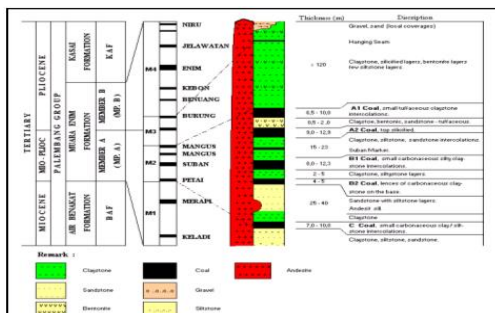
Berikut merupakan rumus dari variansi dari ordinary kriging, yaitu

$$\sigma^2_{OK} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i, s_j) + m - \gamma(V, V)$$

Metode Penelitian

Data ini merupakan data sekunder yang diambil dari Tambang Air Laya PTBA UP. Tanjung Enim, Sumatera Selatan pada lapisan terbawah batubara yaitu lapisan petai (gambar 1). Data ini berisi lokasi titik bor beserta koordinatnya, besaran sulfur (dalam %) dan kadar abu (dalam %).

Data tersebut kemudian diolah secara statistik dan geostatistik untuk memperoleh hasil akhir berupa interpolasi data pada sampel yang tidak terobservasi, yang merupakan input untuk pembuatan peta kontur dari data.



Gambar 1 Lapisan Batubara

Adapun langkah-langkah pengerjaannya adalah:

- Menentukan statistik deskriptif (sari numerik) dari data.
- Melihat kestasioneran data.
- Menentukan model yang sesuai untuk data yang sudah ada dengan menggunakan variogram eksperimental.
- Menentukan *sill* (C) dan *range* (a) berdasarkan model variogramnya.
- Mengestimasi data yang tidak terobservasi dengan menggunakan sistem *ordinary kriging*.
- Membuat contour dari *mineral matter* batubara yang sudah ada dan yang diestimasi.

Hasil dan Pembahasan

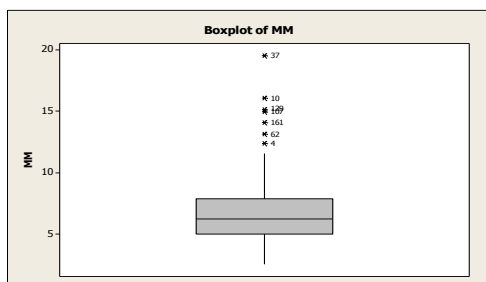
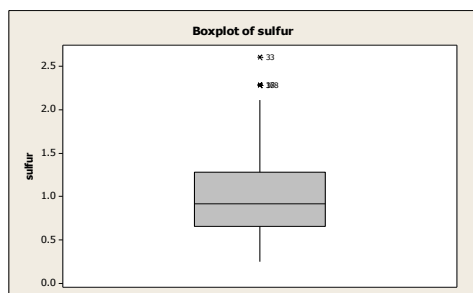
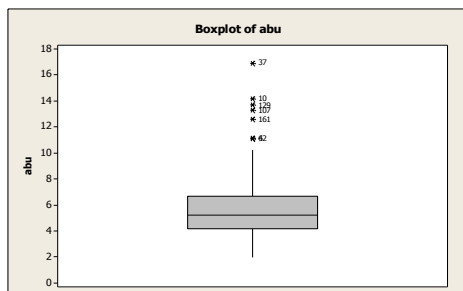
Statistik deskriptif diperoleh dari data yang dihitung dengan menggunakan bantuan software *minitab* 14 sebagai berikut:

Sari Numerik: Kadar abu, Sulfur, Mineral Matter				
Variable	N	N*	Mean	SE Mean
StDev				
Kadar abu	171	0	5.730	0.176
2.303				
Sulfur	171	0	0.9947	0.0353
0.4616				
Mineral Matter	171	0	6.736	0.194
2.534				
Variable	Variance	Minimum	Q1	Q3
Median				
Kadar abu	5.304	1.970	4.200	5.200
Sulfur	0.2131	0.2500	0.650	0.9100
Mineral Matter	6.423	2.570	5.000	6.210
Variable	Q3	Maximum	Range	
Kadar abu	6.700	16.910	14.940	
Sulfur	1.2800	2.6000	2.3500	
Mineral Matter	7.880	19.510	16.940	

Variable	IQR	Skewness	Kurtosis
Kadar abu	2.500	1.73	4.59
Sulfur	0.6300	0.87	0.36
Mineral Matter	2.880	1.76	4.94

Gambar 2 Sari Numerik Data

Berdasarkan gambar 2, *mineral matter*, sulfur, dan kadar abu, masing – masing memiliki mean 6,736; 0,9947; dan 5,73 dengan jumlah data 171 tanpa data hilang. Selanjutnya akan dilihat apakah terdapat pencilan pada masing – masing data.

**Gambar 3a** Boxplot *Mineral Matter***Gambar 3b** Boxplot sulfur**Gambar 3c** Boxplot Kadar Abu

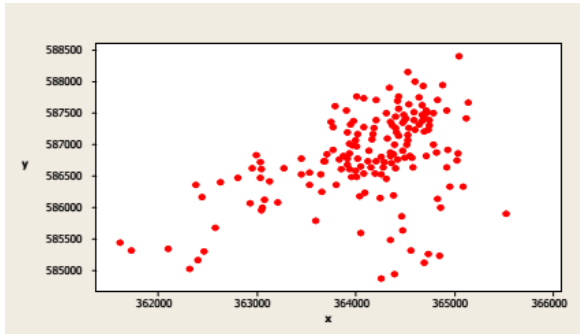
Berdasarkan gambar 3, terdapat pencilan pada masing – masing variabel. Pada data *mineral matter* terjadi pencilan di data 4, 10, 37, 62, 107, 129, dan 161, data sulfur terjadi pencilan di data 33, 37, dan 168, sedangkan data kadar abu terjadi pencilan di data 4, 10, 37, 62, 107, 129, dan 161. Untuk selanjutnya, seluruh data pencilan dihilangkan karena dapat berpengaruh pada perhitungan geostatistik selanjutnya. Setelah data outlier dihilangkan, berikut disajikan statistik deskriptif dari data tanpa pencilan (gambar 4). Dari statistik deskriptif tersebut terlihat bahwa mean dari *mineral matter*, kadar abu, dan sulfur masing – masing adalah 6,355; 0,9649; dan 5,393. Histogram dari data (gambar 5) menunjukkan seluruh variabel mengikuti distribusi normal dengan nilai skewness positif yang berarti data mengumpul di sebelah kiri nilai mean.

Sari Numerik: Kadar abu, Sulfur, Mineral Matter

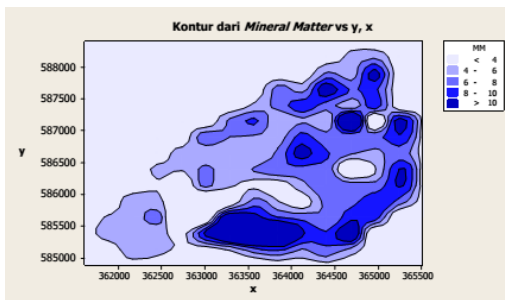
Variable	N	N*	Mean	SE Mean
Kadar abu	162	0	5.393	0.132
Sulfur	162	0	0.9649	0.0333
Mineral Matter	162	0	6.355	0.144
Variable	StDev	Variance	Minimum	Q1
Kadar abu	1.684	2.837	1.970	4.168
Sulfur	0.4237	0.1795	0.2500	0.6375
Mineral Matter	1.839	3.380	2.570	4.948
Variable	Median	Q3	Maximum	
Kadar abu	5.100	6.508	10.200	
Sulfur	0.8800	1.2625	2.1100	
Mineral Matter	6.135	7.610	11.550	
Variable	Range	IQR	Skewness	kurtosis
Kadar abu	8.230	2.340	0.57	-0.23
Sulfur	1.8600	0.6250	0.63	-0.44
Mineral Matter	8.980	2.662	0.54	-0.21

Gambar 4 Sari Numerik Data tanpa pencilan

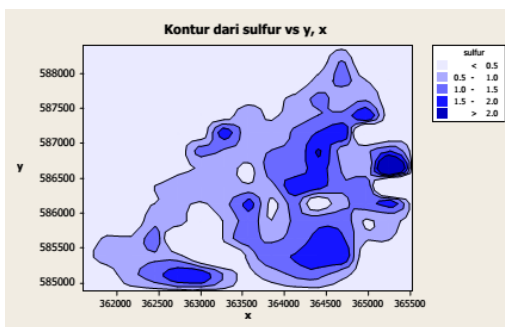
Sebaran titik koordinat data yang terobservasi disajikan pada gambar 6, sedangkan kontur dari masing – masing variabel disajikan pada gambar 7.



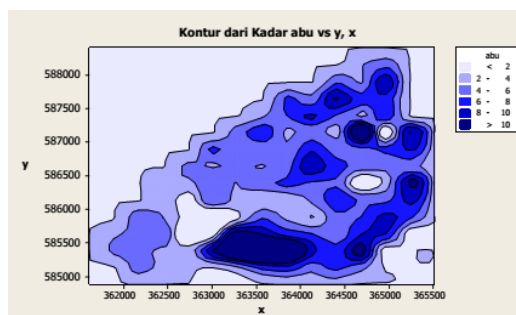
Gambar 5 Plot x dan y



Gambar 6a Kontur *Mineral Matter*

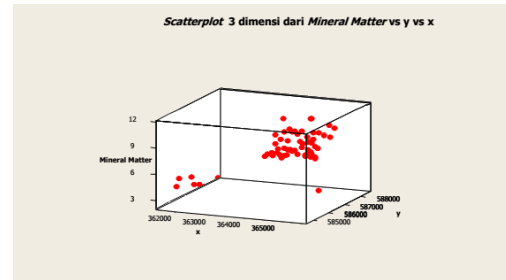


Gambar 6b Kontur Sulfur

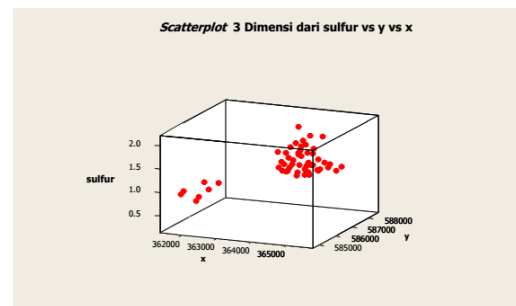


Gambar 6c Kontur Kadar Abu

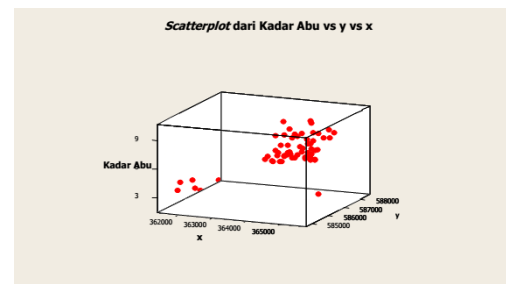
Berdasarkan gambar 7, pola data dari masing-masing variabel bersifat acak sehingga secara kualitatif dapat disimpulkan data bersifat stasioner.



Gambar 7a Scatterplot dari *Mineral Matter*



Gambar 7b Scatterplot dari sulfur



Gambar 7c Scatterplot dari Kadar Abu

Perhitungan variogram eksperimental dari masing – masing variabel dilakukan dengan menggunakan software *gs+*. Setelah nilai variogram eksperimental diperoleh, kemudian dilakukan *fitting* model semivariogram yang sesuai (menggunakan software *gs+*). Hasil *fitting* model ditunjukkan pada gambar 8.

Model	Nugget Co	Sill Co + C	Range Parameter Ao	Effective Range	Proportion C/(Co+C)	r2	RSS
☒ Spherical	2.69500	5.39100	6294.0000	6294.0000	0.500	0.704	1.40
☐ Exponential	2.70000	7.82000	7193.0000	21579.0000	0.655	0.701	1.41
☐ Linear	2.79393	4.68692	3424.9937	3424.9937	0.404	0.685	14.6
☐ Linear to sill	2.81000	6.76900	7251.0000	7251.0000	0.585	0.685	1.48
☐ Gaussian	3.01700	6.03500	3564.0000	6173.0291	0.500	0.666	1.60

Gambar 8a Fitting Model Semivariogram
Mineral Matter

Model	Nugget Co	Sill Co + C	Range Parameter Ao	Effective Range	Proportion C/(Co+C)	r2	R
☒ Spherical	0.05600	0.15900	308.0000	308.0000	0.648	0.005	0.0
☐ Exponential	0.13260	0.26620	8110.0000	24330.0000	0.502	0.494	0.0
☐ Linear	0.15843	0.15843	3424.9937	3424.9937	0.000	0.542	0.0
☐ Linear to sill	0.12940	0.25980	8110.0000	8110.0000	0.502	0.542	0.0
☐ Gaussian	0.14910	0.29920	8110.0000	14046.9320	0.502	0.714	0.0

Gambar 8b Fitting Model Semivariogram
Sulfur

Model	Nugget Cu	Sill Cu + C	Range Parameter Au	Effective Range	Proportion C/(Cu+C)	r2	r
☒ Spherical	2.35700	4.71500	7789.0000	7789.0000	0.500	0.726	0
☐ Exponential	2.36000	6.21500	7518.0000	22554.0000	0.620	0.721	0
☐ Linear	2.39771	3.82471	3424.9937	3424.9937	0.373	0.721	0
☐ Linear to sill	2.40200	5.41000	7251.0000	7251.0000	0.556	0.721	0
☐ Gaussian	2.59700	5.19500	4026.0000	6973.2366	0.500	0.723	0

Gambar 8c Fitting Model Semivariogram
Kadar Abu

Pada gambar 8a, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 1,4. Jadi model yang sesuai dari data *mineral matter* adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

dengan

$$C_0 + C = 5,391, \quad C_0 = 2.695 \text{ (nugget effect), } a = 6294.$$

Kurva semivariogram dari model *spherical mineral matter* disajikan pada gambar 9a.

Pada gambar 8b, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 0,0133. Jadi model yang sesuai dari data sulfur adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

dengan

$$C_0 + C = 0.159, \quad C_0 = 0.056 \text{ (nugget effect), } a = 308$$

Kurva semivariogram dari model *spherical Sulfur* disajikan pada gambar 9b.

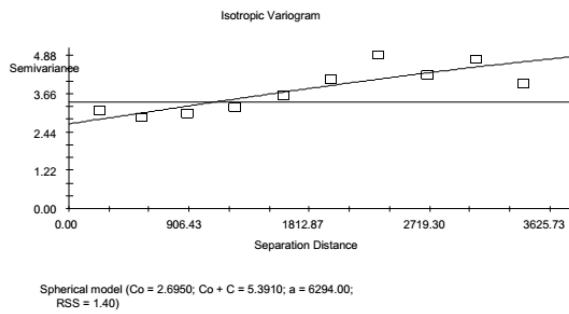
Pada gambar 8c, terlihat bahwa jumlah kuadrat error (kolom RSS) yang paling kecil adalah model *spherical* yaitu 0,698. Jadi model yang sesuai dari data kadar abu adalah model *spherical* sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left(\frac{1}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{3}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right), & |h| < a \\ (C_0 + C), & |h| \geq a \end{cases}$$

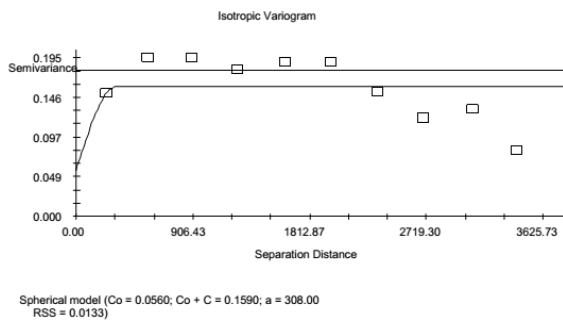
dengan

$$C_0 + C = 4,715, \quad C_0 = 2,3570 \text{ (nugget effect), } a = 7789$$

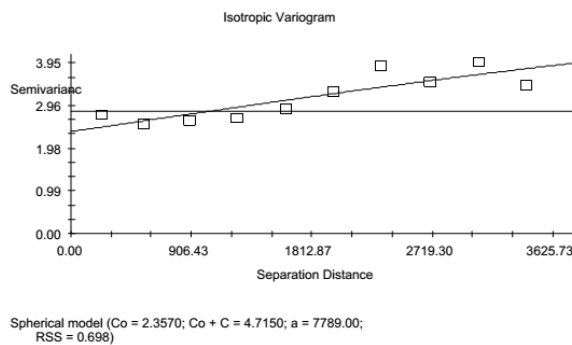
Kurva semivariogram dari model *spherical kadar abu* disajikan pada gambar 9c.



Gambar 9a Kurva Model *Spherical* Mineral Matter



Gambar 9b Kurva Model *Spherical* Sulfur



Gambar 9c Kurva Model *Spherical* Kadar Abu

Kontur dari hasil interpolasi disajikan pada gambar 11. Dari hasil estimasi akan dihitung nilai estimasi *mineral matter* menggunakan rumus empiris Parr dengan input kadar abu hasil interpolasi dan sulfur hasil interpolasi kriging. Kemudian dibandingkan nilai *mineral matter* hasil interpolasi kriging secara langsung dengan hasil perhitungan *mineral matter*

menggunakan rumus empiris Parr. Jumlah kuadrat error (SSE) dari mineral matter hasil interpolasi kriging dengan rumus empiris Parr dihitung dengan formula:

$$SSE = \sum_{i=1}^{3712} (MM1 - MM2)^2$$

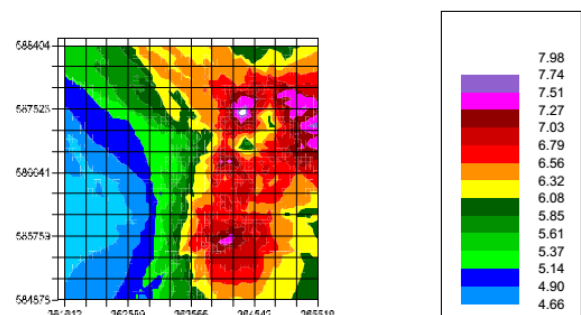
dimana

MM1 : *mineral matter* dengan menggunakan rumus empiris Parr

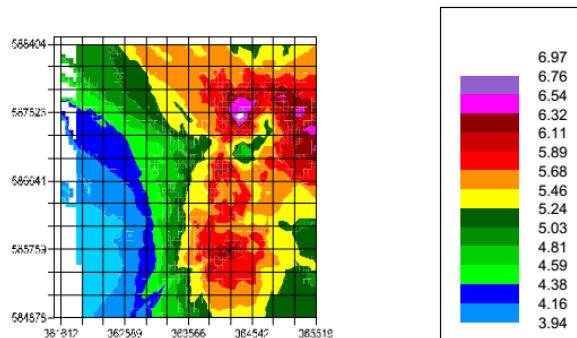
MM2 : *mineral matter* hasil interpolasi kriging.

Dengan menggunakan *Microsoft Excel* 2007, diperoleh nilai SSE yaitu 9,598855.

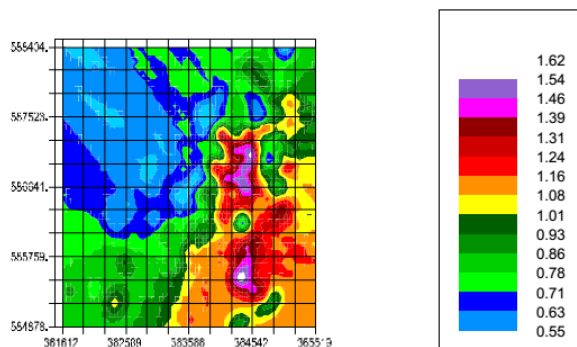
Dari hasil uji korelasi *pearson* antara MM1 dan MM2 (perhitungan menggunakan *Minitab* 14 dan disajikan pada gambar 11) diperoleh nilai korelasi sebesar 0,998, dan nilainya signifikan (karena $p\text{-value} < 0.05$). Jadi dapat disimpulkan bahwa perhitungan *mineral matter* menggunakan interpolasi kriging secara langsung ataupun menggunakan rumus empiris Parr dengan input kadar abu hasil interpolasi kriging dan sulfur hasil interpolasi kriging hasilnya tidak berbeda secara statistik.



Gambar 10a Kontur Mineral Matter Hasil Interpolasi *Kriging*



Gambar 10b Kontur Kadar Abu Hasil Interpolasi *Kriging*



Gambar 10c Kontur Sulfur Hasil Interpolasi *Kriging*

Korelasi antara Mineral Matter Hasil Kriging dengan Rumus Empiris Parr

Pearson correlation of Interpolasi and Rumus = 0.998
P-Value = 0.000

Gambar 11 Korelasi antara Mineral Matter Hasil *Kriging* dengan Rumus Empiris Parr

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa:

1. Nilai outlier pada data dihilangkan agar hasil perhitungan geostatistiknya lebih baik.
2. Data *mineral matter*, kadar sulfur dan kadar abu telah mengikuti sifat stasioner.

3. Model semivariogram eksperimental yang sesuai dari *mineral matter*, sulfur, dan kadar abu adalah model *spherical* dengan terdapat *nugget effect*.
4. Interpolasi data dapat dilakukan dengan *ordinary kriging* karena data telah stasioner.
5. Nilai *mineral matter* menggunakan interpolasi kriging dan rumus empiris Parr mempunyai korelasi yang tinggi yaitu 0,998.
6. Nilai estimasi *mineral matter* menggunakan interpolasi *kriging* dan rumus empiris Parr tidak jauh berbeda (sama secara statistik).

Pustaka

- Armstrong, M. 1998. *Basic Linear Geostatistics*. Berlin: Springer – Verlag.
- Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics For Spatial Data*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Delfiner, P. C. P. 1999. *Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty*. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Mengenal Kecerdasan Emosional Dalam Pembelajaran Matematika

Anggita Maharani

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI

ABSTRAK

Artikel ini membahas mengenai apa itu emosi, emotional Quotion, dan bagaimana pentingnya dalam proses pembelajaran matematika. Kegiatan pembelajaran di sekolah biasanya hanya menekankan pada transformasi *informasi faktual* dan pengembangan penalaran yaitu pemikiran logis menuju pencapaian satu jawaban benar atau salah padahal seorang siswa terkadang menghadapi masalah yang berkaitan dengan aktivitas atau tugas-tugas belajarnya. Berbagai hasil penelitian menunjukkan bahwa anak-anak yang dilatih emosinya sungguh-sungguh mampu mengontrol emosinya di kemudian hari. Untuk belajar matematika diperlukan pikiran yang tenang, santai tapi serius, dan bersemangat. Oleh karenanya siswa harus bisa manage emosinya sehingga dalam keadaan stabil sehingga dapat mencapai hasil belajar yang optimal.

Kata Kunci : emosi, kecerdasan emosional, pembelajaran matematika

ABSTRACT

This article discusses what it's about emotion, emotional quotation, and how the importance of the learning process mathematics. Learning activities in schools usually only emphasizes the transformation of factual information and the development of logical reasoning that is thinking towards the achievement of a right or wrong answer when a student sometimes face problems relating to the activity or learning tasks. Various studies show that children who are trained emotions really able to control his emotions at a later date. To learn the necessary mathematics calm mind, relaxed but serious, and passionate. Therefore, students should be able manage emotions resulting in a stable condition so as to achieve optimal learning outcomes.

Keywords: emotion, emotional intelligence, learning mathematics

Pendahuluan

Dalam proses pendidikan, seorang siswa dikatakan berhasil atau sukses apabila dapat menyelesaikan suatu program pendidikan dengan tepat waktu dengan hasil belajar yang baik. Kesuksesan yang diraih siswa dapat menimbulkan rasa puas dan menambah kepercayaan diri

sehingga dapat mendorong kesuksesan selanjutnya.

Kegiatan pembelajaran di sekolah biasanya hanya menekankan pada transformasi *informasi faktual* dan pengembangan penalaran yaitu pemikiran logis menuju pencapaian satu jawaban benar atau salah. Dalam proses belajarnya, seorang siswa terkadang menghadapi masalah yang berkaitan dengan aktivitas

atau tugas-tugas belajarnya. Sebut saja contoh yang sering didengar atau sering diucapkan, misalnya siswa yang mengatakan; saya tidak memiliki semangat, saya sering kali merasa malas, saya merasa kurang percaya diri, saya merasa sulit menyesuaikan diri, saya yakin saya tidak mampu dan tidak kuat melakukannya, saya tidak yakin saya bisa sukses dalam belajar, dan sebagainya. Secara eksplisit, aspek emosional tidak mendapat tempat dalam pembahasan dan uraian materi pelajaran sehingga tidak dijadikan bagian yang harus dipelajari. Padahal dalam kenyataannya, keterampilan-keterampilan emosional dapat dipelajari dan dilatih kepada siswa. Berbagai hasil penelitian menunjukkan bahwa anak-anak yang dilatih emosinya sungguh-sungguh mampu mengontrol emosinya di kemudian hari.

Keberhasilan siswa dalam belajar tidak hanya dipengaruhi oleh satu faktor intelektualnya tetapi dipengaruhi oleh faktor-faktor yang lainnya seperti kecerdasan emosional. Doug Lennick (Uno, 2012: 69) menyatakan bahwa yang diperlukan untuk sukses tidak hanya keterampilan intelektual, tetapi juga kecakapan emosional untuk memanfaatkan potensi bakat mereka secara penuh. Pemahaman ini didukung oleh Goelman yang dikutip oleh Patton (Uno, 2012:70)

bahwa para ahli psikologi sepakat kalau IQ hanya mendukung sekitar 20 persen faktor yang menentukan keberhasilan, sedangkan 80 persen sisanya berasal dari faktor lain termasuk kecerdasan emosional. Diperlukan adanya keseimbangan antara kecerdasan intelektual dan kecerdasan emosional serta faktor lainnya seperti kecerdasan spiritualnya. Selain itu, Patton (Uno, 2012:70) berpendapat bahwa IQ adalah faktor genetik yang tidak dapat dirubah dibawa sejak lahir. Sedangkan EQ tidak demikian karena dapat disempurnakan dengan kesungguhan, pelatihan, pengetahuan dan kemauan. Dasar untuk memperkuat EQ seseorang adalah dengan memahami diri sendiri.

Menyelesaikan masalah matematika tidak hanya membutuhkan aktivitas berpikir yang tinggi tetapi juga membutuhkan pengelolaan emosi dalam diri untuk menciptakan kesadaran diri sehingga menimbulkan semangat dalam diri untuk belajar dan menyelesaikan masalah yang ada. Untuk belajar matematika diperlukan pikiran yang tenang, santai tapi serius, dan bersemangat. Salah satunya siswa harus bisa memange emosinya sehingga dalam keadaan stabil. Karena faktor emosilah yang sangat berpengaruh dalam mencapai hasil belajar yang baik, baik belajar matematika maupun pada pelajaran lain.

Faktor psikologis yang mencakup kejujuran, kepercayaan diri, pengendalian diri, kesadaran emosi, adaptasi, inovasi, optimis, inisiatif dan motivasi merupakan faktor yang dapat mempengaruhi keberhasilan belajar. Faktor-faktor tersebut diidentifikasi oleh Goelman sebagai bagian dari kecerdasan emosi atau yang disebut *Emotional Quotien* (EQ). Menurut Goelman dalam Nggermanto (2002: 98) kecerdasan emosional adalah kemampuan untuk mengenali perasaan diri sendiri dan orang lain, kemampuan memotivasi diri sendiri, dan kemampuan mengelola emosi dengan baik pada diri sendiri dan dalam hubungan dengan orang lain.

Kecerdasan emosional meliputi dua kecakapan yaitu kecakapan pribadi (*Intrapersonal*) dan kecakapan sosial (*Interpersonal*). Kecakapan pribadi terdiri dari tiga faktor, yakni kesadaran diri, pengaturan diri, dan motivasi dan kecakapan sosial terdiri dari dua faktor, yakni empati dan keterampilan sosial.

A. Pengertian Emosi

Kata emosi secara sederhana bisa didefinisikan (Uno, 2012:62) sebagai “gerakan” baik secara metafora ataupun harfiah, untuk mengeluarkan perasaan yang sedang kita alami. Emosi pada dasarnya adalah gerakan atau dorongan untuk bertindak dan mengekspresikan

perasaan yang sedang dirasakan. Secara harfiah menurut Oxford English Dictionary mendefinisikan emosi sebagai setiap kegiatan atau pergolakan pikiran, perasaan, nafsu setiap keadaan mental yang hebat atau meluap-luap. Menurut Cooper dalam Uno (2012: 62) Emosi bukan sesuatu yang bersifat positif atau negatif, tetapi emosi berlaku sebagai sumber autentisitas dan semangat manusia yang paling kuat dan dapat menjadi sumber kebijakan intuitif. Dengan kata lain, emosi tidak lagi dianggap sebagai penghambat dalam hidup, melainkan sumber kecerdasan, kepekaan, kedermawanan, bahkan kebijaksanaan. Sedangkan menurut Goelman dalam Riyanto (2012: 252) Emosi merujuk pada suatu perasaan dan pikiran-pikiran khasnya, suatu keadaan biologis dan psikologis dan serangkaian kecenderungan untuk bertindak. Biasanya emosi merupakan respon dari dalam diri individu dan dari luar. Sebagai contoh emosi gembira, mendorong perubahan suasana hati seseorang, sehingga mendorong seseorang tertawa, emosi sedih mendorong seseorang menangis dan emosi kesal membuat orang marah.

Goelman (Uno, 2012:64) mengelompokkan emosi kedalam beberapa golongan utama, yaitu:

1. Amarah: marah, jengkel, kesal hati, tersinggung, bermusuhan.

2. Kesedihan: pedih, sedih, muram, putus asa, depresi berat.
3. Rasa takut: cemas, takut, gugup, khawatir, was-was, fobia.
4. Kenikmatan: bahagia, gembira riang, senang, terhibur, bangga, takjub, terpesona.
5. Cinta: penerimaan, persahabatan, kepercayaan, hormat.
6. Terkejut, terkesiap, terpana.
7. Jengkel: hina, muak, mual, benci, tidak suka.
8. Malu: rasa salah, malu hati, kesal hati, sesal, hina.

Emosi pada dasarnya dapat dikendalikan dan dikelola oleh masing-masing individu, karena emosi berasal dari dorongan dalam diri sendiri untuk bertindak atau respon yang timbul akibat stimulus baik dari dalam diri maupun dari luar. Mengendalikan emosi yang ada dalam diri kita dibutuhkan suatu kecerdasan yang dikenal dengan kecerdasan emosional. (Uno, 2012:68) kecerdasan emosional merupakan kemampuan untuk memotivasi diri sendiri, bertahan menghadapi frustrasi, mengendalikan dorongan hati dan tidak melebih-lebihkan kesenangan. Mengendalikan emosi yang ada dalam diri, akan lebih mudah untuk mengoptimalkan kecerdasan emosional sehingga apa yang dirasakan tidak berlebihan. Emosi yang

kita rasakan dapat keluar secara tidak terkendali dapat menimbulkan sikap negatif terhadap diri kita sendiri maupun orang lain.

B. Pengertian Kecerdasan Emosional

Untuk memberikan pemahaman dasar tentang kecerdasan emosional, Daniel Goelman dalam Aunurrahman (2009: 86) mencoba menjelaskan beberapa konsep keliru yang paling lazim terjadi dan harus diluruskan. *Pertama*, kecerdasan emosi tidak hanya berarti ‘bersikap ramah’. Pada saat-saat tertentu yang diperlukan mungkin bukan ‘sikap ramah’, melainkan mungkin sikap tegas yang barangkali memang tidak menyenangkan, tetapi mengungkapkan kebenaran yang selama ini dihindari. *Kedua*, kecerdasan emosi bukan berarti memberikan kebebasan kepada perasaan untuk berkuasa ‘memanjakan perasaan-perasaan’, melainkan mengelola perasaan-perasaan sedemikian rupa sehingga terekspresikan secara tepat dan efektif, yang memungkinkan orang bekerjasama dengan lancar menuju sasaran bersama. Menurut Patricia Patton dalam Riyanto (2012: 253) Kecerdasan emosional adalah kemampuan individu dalam menggunakan (mengelola) emosinya secara efektif untuk mencapai tujuan, membangun hubungan yang produktif dengan orang lain dan meraih

keberhasilan ditempat kerja. Daniel Goelman dalam Aunurrahman (2009: 89) mendefinisikan Kecerdasan emosional sebagai kemampuan seseorang untuk memotivasi diri sendiri, ketahanan menghadapi frustasi, kemampuan mengendalikan dorongan hati dan tidak melebih-lebihkan kesenangan, kemampuan menjaga suasana hati dan menjaga agar beban stres tidak melumpuhkan kemampuan berpikir, berempati dan berdo'a. Menurut Salovey dan Mayer dalam Aunurrahman (2009: 87) Kecerdasan emosional sebagai himpunan bagian dari kecerdasan sosial yang melibatkan kemampuan memantau perasaan sosial yang melibatkan kemampuan pada orang lain, memilah-milah semuanya dan menggunakan informasi ini untuk membimbing pikiran dan tindakan. Teori lain dikemukakan oleh Reuven Bar-On sebagaimana dikutip oleh Steven J. Stein dan Howard E. Book dalam Uno (2012: 96) menyatakan Kecerdasan emosi sebagai serangkaian kemampuan, kompetensi dan kecakapan non kognitif, yang mempengaruhi kemampuan seseorang untuk mengatasi tuntutan dan tekanan lingkungan.

Dari beberapa definisi kecerdasan emosional yang diungkapkan oleh para ahli, dapat disimpulkan bahwa kecerdasan emosional merupakan serangkaian

kemampuan, kecakapan non kognitif untuk mengenali perasaan diri sendiri dan orang lain serta dapat mengendalikannya untuk mencapai tujuan serta untuk mengatasi tuntutan dan tekanan lingkungan. Kecerdasan emosional adalah kemampuan dalam mengendalikan dan mengenali emosi dalam diri yaitu kesadaran diri sendiri agar dapat mengetahui dan memahami apa yang menjadi kelemahan dan kelebihan dalam diri sendiri sehingga dapat mengoptimalakan kemampuan kecerdasan emosional yang sudah dimiliki oleh diri kita. Patton (Uno, 2012:70) berpendapat bahwa IQ adalah faktor genetik yang tidak dapat dirubah dibawa sejak lahir. Sedangkan EQ tidak demikian karena dapat disempurnakan dengan kesungguhan, pelatihan, pengetahuan dan kemauan. Dasar untuk memperkuat EQ seseorang adalah dengan memahami diri sendiri.

Goelman dalam Riyanto (2012 :87) mengelompokan kecerdasan emosional kedalam dua kelompok yaitu kecakapan pribadi (*Intrapersonal*) dan kecakapan sosial (*interpersonal*). Kecerdasan emosional yang berkaitan dengan kecakapan pribadi (*Intrapersonal*) meliputi mengenali emosi diri/kesadaran diri (*self awarness*), mengelola emosi/pengaturan diri (*self regulation*), motivasi diri (*self motivation*). Sementara, kecerdasan

emosional yang berkaitan dengan kecakapan sosial (*intepersonal*) meliputi mengenal emosi orang lain/empati (*social awarness*), membina hubungan sosial (*social skill*).

1. Mengenali Emosi Diri/Kesadaran Diri (*Self Awareness*)

Mengetahui emosi yang dirasakan pada suatu saat dan menggunakannya untuk memandu pengambilan keputusan diri sendiri, memiliki tolak ukur yang realitas atas kemampuan diri dan kepercayaan diri yang kuat.



Gambar 1 Siswa mempresentasikan hasil pekerjaannya

2. Mengelola Emosi/Pengaturan Diri (*Self Regulation*)

Menangani emosi sedemikian rupa sehingga berdampak positif kepada pelaksanaan tugas, peka terhadap kata hati dan sanggup menunda kenikmatan sebelum tercapainya satu gagasan, maupun pulih kembali dari tekanan emosi.



Gambar 2 Siswa menjelaskan hasil pekerjaannya

3. Motivasi Diri (*Self Motivation*)

Menggunakan hasrat yang paling dalam untuk menggerakkan dan menuntut kita menuju sasaran, membantu kita mengambil inisiatif dan bertindak sangat efektif, serta untuk bertahan menghadapi kegagalan.

4. Mengenal Emosi Orang Lain/Empati (*Social Awarness*)

Merasakan yang dirasakan orang lain, mampu memahami prespektif mereka, menumbuhkan hubungan saling percaya dan menyelaraskan diri dengan bermacam-macam orang.

5. Membina Hubungan Sosial (*Social Skill*)

Menangani emosi dengan baik ketika berhubungan dengan orang lain dan dengan cermat membaca situasi dan jaringan sosial, berinteraksi dengan lancar, menggunakan kemampuan ini untuk mempengaruhi dan memimpin, bermusyawarah dan menyelesaikan

perselisihan untuk bekerjasama dan bekerja dalam tim.



Gambar 2 Siswa sedang melakukan diskusi kelompok

Salovey (Uno, 2012: 73) memperluas kemampuan kecerdasan emosional menjadi lima wilayah utama, yaitu sebagai berikut:

1. Mengenali emosi diri. intinya adalah kesadaran diri, yaitu mengenali perasaan sewaktu perasaan itu terjadi.
2. Mengelola emosi. Yaitu menangani perasaan agar perasaan dapat terungkap dengan pas. Mengelola emosi berhubungan dengan kemampuan untuk menghibur diri, melepaskan kecemasan, kemurungan, atau ketersinggungan dan akibat-akibat yang timbul karena gagalnya keterampilan emosi dasar.
3. Memotivasi diri. Kemampuan menata emosi sebagai alat untuk mencapai tujuan dalam kaitan untuk memberi perhatian, menguasai diri sendiri untuk berkreasi.
4. Mengenali emosi orang lain. Yaitu empati 'keterampilan bergaul' dasar.
5. Kemampuan untuk mengetahui bagaimana perasaan orang lain sehingga dapat menimbulkan perasaan yang serupa dalam diri kita.
6. Membina hubungan. seni membina hubungan, sebagian besar merupakan keterampilan mengelola orang lain. Keterampilan sosial adalah unsur untuk menjamkan kemampuan antarpribadi, pembentuk daya tarik, keberhasilan sosial bahkan kharisma.

Penutup

Manusia merupakan makhluk ciptaan Tuhan yang paling sempurna dan mulia di dunia ini, karena dikaruniai akal pikiran dan emosi. Akal pikiran merupakan kemampuan berpikir rasional, kecakapan bertindak secara sengaja, dan kemampuan mengingat. Kemampuan-kemampuan tersebut termasuk ke dalam ranah kognitif. Dalam lingkungan sekolah, siswa dengan kemampuan kognitif tinggi dianggap memiliki kecerdasan intelegen yang tinggi.

Emosi merupakan kecenderungan untuk bertindak, kekuatan pendorong kehendak. Seseorang yang mampu memotivasi dirinya untuk lebih baik dari sebelumnya sehingga mendorong untuk berhubungan baik dengan orang lain, berempati, mengelola emosi maka orang tersebut dianggap memiliki kecerdasan

emosi yang tinggi. Menurut Goleman dalam Uno (2012: 69) Keterampilan kecerdasan emosi bekerja dengan sinergi dengan keterampilan kognitif, orang-orang yang berprestasi tinggi memiliki keduanya. Makin kompleks pekerjaan, makin penting kecerdasan emosi. Emosi yang lepas kendali dapat membuat orang pandai menjadi bodoh. Tanpa kecerdasan emosi, orang tidak akan mampu menggunakan kemampuan kognitif mereka sesuai dengan potensi yang maksimum.

Matematika merupakan mata pelajaran yang dianggap sulit sehingga menurunkan motivasi belajar, menurunkan kepercayaan diri saat ulangan, tidak melakukan persiapan ketika akan belajar matematika yang mengakibatkan hasil belajar yang kurang memuaskan. Jika kecerdasan emosional dikaitkan dengan proses belajar mengajar, maka siswa dengan kecerdasan emosional yang tinggi akan mampu menghadapi kesulitan-kesulitan dalam belajar sehingga dapat meningkatkan hasil belajar.

Kecerdasan emosional menuntut seseorang untuk mengakui dan menghargai perasaan pada dirinya dan orang lain, emosi yang tidak terkendali akan membuat orang yang pandai bisa terlihat bodoh karena tidak bisa mengendalikan perasaannya. Berdasarkan pendapat dari Goleman (Uno, 2012:69) tanpa kecerdasan

emosi, orang tidak akan mampu menggunakan kemampuan kognitif sesuai dengan potensi yang maksimum.

Menyeimbangkan fungsi kecerdasan emosional dan intelektual yang ada dalam diri kita akan mempermudah seseorang untuk menggali potensi yang kita punya. Agar kecerdasan emosional dapat digunakan secara optimal maka dapat dikelola dimulai dari dalam diri kita sendiri yaitu memahami kesadaran diri dapat menguatkan kecerdasan emosional yang sudah kita miliki.

Pustaka

- Aunurrahman, 2009. *Belajar dan Pembelajaran*. Bandung: Alfabeta.
- Nggermanto, 2002. *Quantum Quetion*. Bandung: Nuansa.
- Riyanto, 2012. *Paradigma Baru Pembelajaran*. Jakarta: Kencana.
- Uno, B. 2012. *Orientasi Baru Dalam Psikologi Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara.

Pembelajaran Matematika Dengan Berpikir Dan Berdiskusi Untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis

Tarmidzi^a, Wawan Irmawan^b, Nisniani^c

^a Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Perumahan Arumsari Cirebon, mulya_tarmidzi@gmail.com

^b Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Perjuangan Cirebon, wawan_irmawan@yahoo.com

^c Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI
Jl. Perjuangan Cirebon, nisniani@yahoo.com

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengetahui pembelajaran dengan model kooperatif tipe *Think Pair Share (TPS)* dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa (2) apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan representasi matematis antara siswa yang melaksanakan pembelajaran menggunakan model *TPS* dengan siswa yang melaksanakan pembelajaran konvensional, (3) untuk mengetahui respons siswa terhadap pembelajaran dengan menggunakan model *TPS*. Penelitian ini menggunakan metode eksperimen, Pengumpulan data dengan cara pemberian tes awal dan tes akhir. Sedangkan instrument penelitian berupa soal uraian, serta penyebaran angket.

Hasil penelitian menunjukkan penerapan model *TPS* mempunyai peranan yang positif dalam pembelajaran, hal ini terbukti dari rata-rata pretes kelompok eksperimen sebesar 27,34 dan postes 83,66 sehingga mengalami peningkatan sebesar 56,32, sedangkan rata-rata pretes kelompok control sebesar 39,16 dan postes 80, sehingga mengalami peningkatan sebesar 40,84. Hal tersebut didukung dengan hasil rata-rata indeks gain ternormalisasi kelas eksperimen yaitu sebesar 0,77 dengan interpretasi tinggi, sedangkan rata-rata indeks gain ternormalisasi kelas kontrol yaitu sebesar 0,63 dengan interpretasi sedang. Hasil penelitian tersebut memberikan gambaran bahwa model pembelajaran *TPS* yang diterapkan oleh guru dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Dari hasil penelitian tersebut peneliti berharap setiap guru bias lebih kreatif dalam penggunaan model pembelajaran sesuai dengan manfaat dan tujuannya sehingga siswa termotivasi untuk belajar serta mudah memahami matematika dengan baik.

Kata Kunci: Model Kooperatif Tipe *TPS*, Kemampuan Representasi Matematis Siswa.

ABSTRACT

The purpose of this research was (1) to determine the type of cooperative learning model *TPS* can improve students' mathematical representation, (2) whether there is a difference between the mathematical representation upgrading students who carry out learning using *SMT* models with students who undertake conventional learning, (3) to determine the response of students towards learning using *SMT* models. This study used an experimental method, data was collected by way of the initial test and final test. While the description about a research instrument, as well as questionnaires.

The results show the application of the *Think Pair Share* has a positive role in learning, it is evident from the average of the experimental group pretest 27,34 and posttest

83,66 so an increase of 56.32 , while the average for the control group pretest 39.16 and posttest 80, so that an increase of 40.84. This is supported by the results of the index average normalized gain of 0.77 experimental class with the interpretation that high , while the average normalized gain control class index is equal to 0.63 with a moderate interpretation. The results of these studies illustrate that the Think Pair Share learning model implemented by teachers can improve students' mathematical representation . From the results of these studies researchers hope every teacher bias more creative in the use of the model and the benefits of learning in accordance with its objectives so that students are motivated to learn and easy to understand math.

Keywords : Model Type Think Pair Share Cooperative, Ability Students Mathematical Representation.

PENDAHULUAN

Matematika adalah salah satu pelajaran pokok dalam setiap jenjang pendidikan. Mulai dari jenjang pra sekolah (TK), SD, SMP, sampai SMA memiliki kurikulum yang memuat pelajaran matematika, bahkan pelajaran matematika dijadikan salah satu mata pelajaran wajib dalam ujian kelulusan siswa (SMP dan SMA) menuju jenjang sekolah yang lebih tinggi. Akan tetapi sampai sekarang dunia pendidikan matematika di sekolah masih memiliki berbagai masalah. Dua masalah yang amat besar dan amat penting, yaitu pertama, sampai sekarang matematika di sekolah masih dianggap pelajaran yang menakutkan bagi siswa, antara lain karena banyak siswa menganggap pelajaran matematika terasa sukar dan tidak menarik. Kedua, sekalipun dalam banyak kesempatan sering dikatakan bahwa matematika merupakan ilmu yang sangat berguna dalam kehidupan manusia, termasuk dalam kehidupan sehari-hari, banyak orang yang belum bisa merasakan manfaat matematika

dalam kehidupan sehari-hari mereka diluar beberapa cabang matematika tertentu yang memberikan pengetahuan dan keterampilan praktis seperti berhitung.

Karena adanya dua permasalahan tersebut, banyak siswa kurang termotivasi untuk mempelajari matematika. Selain itu, adanya dua masalah tersebut juga menyebabkan pendidikan matematika di sekolah kurang memberikan sumbangan yang berarti bagi pendidikan anak secara keseluruhan.

Salah satu kemampuan yang harus dikuasai oleh siswa adalah kemampuan representasi. Standar representasi pada *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM) harus memungkinkan siswa untuk:

1. Menciptakan dan menggunakan representasi untuk mengorganisir, mencatat, dan mengomunikasikan ide-ide matematika;
2. Memilih, menerapkan dan menerjemahkan representasi

matematika untuk memecahkan masalah;

3. Menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena fisik, sosial, dan fenomena matematika (NCTM, 2000).

Kemampuan representasi merupakan salah satu komponen standar dalam *principles and standards of school mathematics* (NCTM, 2000). Selain kemampuan pemecahan masalah, penalaran, komunikasi dan koneksi. Hal ini mengandung beberapa alasan seperti yang diungkapkan Jones (Imelda, 2012: 1) yang menyatakan bahwa terdapat tiga alasan mengapa representasi merupakan salah satu dari proses standar, yaitu:

1. Kelancaran dalam melakukan translasi diantara berbagai jenis representasi yang berbeda merupakan kemampuan dasar yang dimiliki siswa untuk membangun suatu konsep dalam berfikir matematis;
2. Ide-ide matematika yang disajikan guru melalui berbagai representasi akan memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap siswa dalam mempelajari matematika;
3. Siswa membutuhkan latihan dalam membangun representasinya sendiri sehingga siswa memiliki kemampuan dan pemahaman konsep yang baik

dan fleksibel yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Pentingnya kemampuan representasi dalam pembelajaran matematika adalah bukan hanya karena pemakaian sistem simbol yang juga penting dalam matematika dan kaya akan kalimat dan kata, beragam dan universal, tetapi juga karena matematika mempunyai peran penting dalam mengonseptualisasikan dunia nyata. Menurut Wahyudi (2008: 24) “Representasi penting dalam mengkomunikasikan konsep matematika dan dalam menerapkan matematika pada situasi permasalahan realistik lewat pemodelan”. Sejalan dengan pernyataan tersebut, Bruner (Afgani, 2011: 41) berpendapat “bahwa cara yang paling baik anak untuk belajar konsep, dalil dalam matematika adalah dengan melakukan penyusunan representasinya”.

Selain itu representasi matematika dibutuhkan ketika siswa dihadapkan pada suatu masalah, apalagi representasi yang sifatnya konkret akan membantu siswa dalam menerapkan konsep dasar matematika. Artinya, untuk mempermudah siswa dalam memahami konsep matematika yang abstrak, diperlukan representasi yang dapat mengubah konsep abstrak menjadi konsep yang nyata misalnya melalui

gambar, simbol, kata-kata, diagram, tabel, dan bentuk representasi lainnya.

Keberhasilan seorang pengajar dapat diukur jika pengajar itu dapat membuat muridnya mengerti suatu masalah melalui semua tahap proses belajar, karena dengan cara begitu murid akan memahami hal yang diajarkan. Dengan begitu dalam proses pembelajaran, pengajar harus dapat menggunakan model-model dan pendekatan mengajar yang dapat menjamin pembelajaran berhasil sesuai yang direncanakan. Model mengajar dan proses belajar dalam pembelajaran merupakan masalah yang kompleks, oleh karena itu diperlukan kreativitas dan gagasan yang baru untuk mengembangkan cara penyajian materi pelajaran di sekolah. Dari fenomena tersebut maka peneliti ingin mengupayakan penggunaan suatu model pembelajaran yang dapat melibatkan siswa secara aktif dalam pembelajarannya, bekerjasama antar siswa dalam tugas-tugas terstruktur dan saling berinteraksi dengan sesama secara aktif dan efektif melalui sebuah model pembelajaran yang disebut pembelajaran kooperatif.

Menurut Suyatno (2009: 51) “Pembelajaran kooperatif adalah kegiatan pembelajaran dengan cara berkelompok atau bekerja sama saling membantu

mengonstruksi konsep, menyelesaikan persoalan, atau inkuiri”. Dengan pembelajaran kooperatif siswa dilatih dan dibiasakan untuk saling berbagi (*sharing*) pengetahuan, pengalaman, tugas dan berlatih berinteraksi-komunikasi-sosialisasi karena kooperatif adalah miniatur dari hidup bermasyarakat dan menyatukan pendapat untuk memperoleh keberhasilan yang optimal baik secara kelompok ataupun individual. Terdapat berbagai tipe pembelajaran kooperatif diantaranya tipe *Numbered Head Together (NHT)*, *Team Assisted Individually (TAI)*, *Student Teams Achievement Division (STAD)*, dan masih banyak lagi yang lainnya.

Sebagai bahan penelitian, penulis memilih salah satu tipe pada model pembelajaran kooperatif yang diharapkan dapat berpengaruh terhadap kemampuan representasi siswa yaitu model pembelajaran kooperatif tipe *TPS*. Melalui pembelajaran kooperatif tipe *TPS* diharapkan siswa dapat memikirkan secara mendalam tentang apa yang telah dijelaskan atau dialami, bekerjasama dengan teman dan dituntut untuk dapat mengemukakan hasil diskusinya kepada kelompok lain.

Berdasarkan uraian diatas, maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian terhadap kemampuan representasi matematis siswa dengan

menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *TPS*. Untuk itu penulis mengambil judul “Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Pair Share* (*TPS*) terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa SMA”

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah yang penulis ajukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut. (1) Apakah pembelajaran dengan model kooperatif tipe *TPS* dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa? (2) Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan representasi matematis antara siswa yang melaksanakan pembelajaran menggunakan model *TPS* dengan siswa yang melaksanakan pembelajaran konvensional? (3) Bagaimanakah respons siswa terhadap pembelajaran dengan menggunakan model *TPS*?

METODOLOGI PENELITIAN

Metode yang digunakan adalah eksperimen dengan desain penelitian Arikunto (2010: 124) yang digunakan adalah sebagai berikut ini.

E : $O_1 \quad X_1 \quad O_2$

K : $O_1 \quad X_2 \quad O_2$

Penelitian ini dilaksanakan di SMA Negeri 1 Karangwareng Kabupaten Cirebon dengan populasi seluruh kelas XI dan sampel 2 kelas. Teknik pengambilan

sampel yang dilakukan adalah melalui *sampling* bertujuan (*purposive sampling*).

Sebagai upaya untuk mendapatkan data dan informasi yang lengkap mengenai hal-hal yang ingin dikaji melalui penelitian ini, maka dibuatlah seperangkat instrumen yang meliputi instrumen tes maupun non-tes. Instrumen tes dalam penelitian ini yaitu soal uraian sebanyak 7 soal yang sebelumnya telah diujicobakan, soal tersebut akan digunakan sebagai soal tes awal dan tes akhir. Sedangkan instrumen non-tes yaitu angket untuk mengetahui respons siswa terhadap model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share*.

Setelah data terkumpul dilanjutkan dengan pengolahan data tes awal dan tes akhir dimana kedua kelompok telah diberikan perlakuan yang berbeda. Pengolahan data yang digunakan untuk menguji hipotesis dalam penelitian sebagai berikut.

Untuk mengetahui adanya peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah pembelajaran digunakan uji gain ternormalisasi, dengan rumus sebagai berikut.

$$g = \frac{\text{skor postes} - \text{skor pretes}}{\text{skor maksimum} - \text{skor pretes}}$$

(Meltzer, 2002)

Selanjutnya nilai *G* disebut *N-Gain* yaitu gain ternormalisasi. Hasil dari

N-Gain kemudian diinterpretasikan dengan menggunakan klasifikasi Meltzer (2002 : 1) sebagai berikut.

Tabel 1.
Klasifikasi pengolahan data kuantitatif

No	Nilai g	Klasifikasi
1	$g > 0,7$	Tinggi
2	$0,3 < g \leq 0,7$	Sedang
3	$g \leq 0,3$	Rendah

Untuk mengetahui adanya perbedaan antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol maka dilakukan uji perbedaan yang terdiri dari uji normalitas, homogenitas dan uji dua rata-rata (uji-t) pada nilai pretes kedua kelas. Uji normalitas untuk mengetahui dan membandingkan tingkat signifikan dari masing-masing kelompok sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak, uji homogenitas dilakukan untuk mengetahui apakah kedua kelas mempunyai varians yang sama atau tidak, jika kedua kelompok mempunyai varians yang sama maka dikatakan kedua kelompok homogen. Untuk mengetahui perbedaan rata-rata tes pada kedua kelas apabila kasus kedua sampel normal menggunakan uji *Independen-Sample t-test* sedangkan apabila salah satu atau kedua sampel sampel berdistribusi tidak normal menggunakan uji *Mann-Whitney*. Analisis uji perbedaan ini menggunakan

bantuan *software Statistical Product and Service Solution (SPSS)* versi 18.0.

Pengolahan data selanjutnya yang dianalisis secara kualitatif adalah angket.

Angket diberikan pada siswa setelah seluruh materi pembelajaran dilaksanakan, menghitung persentase dari jumlah siswa yang memilih alternatif jawaban berdasarkan skala *likert*.

$$p = \frac{A}{B} \times 100\%$$

(Trianto, 2011: 62)

Tabel 2.
Persentase Angket

No	Persentase	Kriteria
1	0% - 20%	Sangat lemah
2	21% - 40%	Lemah
3	41% - 60%	Cukup
4	61% - 80%	Kuat
5	81% - 100%	Sangat kuat

Sumber : Riduwan (2009 : 89)

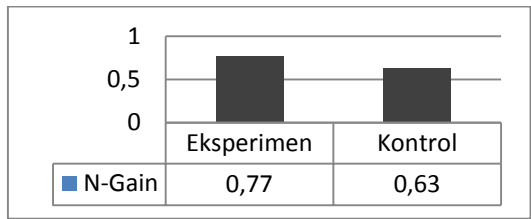
PEMBAHASAN

Setelah melakukan pengumpulan data, maka diperoleh data yang berupa skor tes awal dan skor tes akhir, yang rata-ratanya dapat dilihat dalam Tabel 3 dibawah ini.

Tabel 3.
Hasil Rata-rata Pretes dan Postes Pada Kelas Ekperimen dan Kontrol

Rata-rata	Kelas	
	Eksperimen	Kontrol
Pretes	27,34	39,16
Postes	83,66	80,00
N-Gain	0,77	0,63

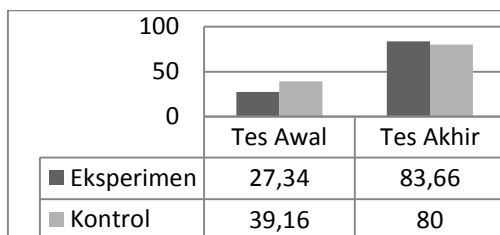
Dari hasil Tabel 3, pretes dan postes tersebut didapatkan N-Gain kemampuan representasi matematis siswa. Nilai N-Gain kemampuan representasi matematis siswa pada kedua kelas dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Nilai Rerata N-Gain Kemampuan Representasi Matematis Siswa

Berdasarkan Gambar 1 diatas, peningkatan kemampuan representasi matematis siswa pada N-Gain kelas eksperimen yaitu 0,77 dengan klasifikasi tinggi dan kelas kontrol yaitu 0,63 dengan klasifikasi sedang.

Sesuai dengan yang tercantum dalam Tabel 3, maka didapatlah diagram rata-rata nilai kemampuan representasi matematis siswa di kelas eksperimen dan kelas kontrol yang terlihat pada Gambar 2.

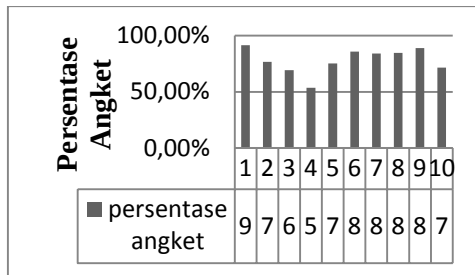


**Gambar 2.
Rata-rata Nilai Siswa pada Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol**

Berdasarkan hasil Gambar 2, di atas maka hasil tes akhir diperoleh peningkatan rata-rata kelas eksperimen 56,32 poin, dan peningkatan rata-rata kelas kontrol 40,48 poin. Maka dapat disimpulkan pembelajaran dengan model kooperatif tipe *TPS* dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa.

Kemudian untuk mengetahui adanya perbedaan peningkatan kemampuan representasi matematis antara siswa yang melaksanakan pembelajaran menggunakan model *TPS* dengan siswa yang melaksanakan pembelajaran konvensional, dilakukan uji dua rata-rata nilai *N-Gain* yaitu uji *Independen-Sample t-test*. Diperoleh nilai *Asymp sig. (2-tailed)* adalah 0,000 ($0,000 < 0,05$), maka H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa taraf nyata $\alpha = 5\%$ terdapat perbedaan peningkatan kemampuan representasi antara kelas eksperimen yang melaksanakan pembelajaran menggunakan model *Think Pair Share* dengan kelas kontrol yang melaksanakan pembelajaran konvensional.

Dari hasil analisis data angket dapat dilihat dari diagram persentase hasil angket pembelajaran dengan menggunakan model *Think Pair Share* pada kelas eksperimen seperti terlihat pada Gambar 3.



Gambar 3
Diagram Persentase Hasil Angket
Think Pair Share Kelas Eksperimen

SIMPULAN

Berdasarkan analisis data dan pembahasan hasil penelitian maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* memberikan pengaruh yang positif terhadap kemampuan representasi matematis siswa, dilihat dari hasil pretes dan postes kelas eksperimen yang mengalami peningkatan sebesar 56,32 poin, sedangkan nilai pretes dan postes kelas kontrol mengalami peningkatan sebesar 40,48 poin. Sehingga dapat disimpulkan pembelajaran dengan model *Think Pair Share* lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran konvensional dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa SMA.

Dari hasil Uji-t *Independent Sampel Test* skor Gain diperoleh nilai *Asymp. sig. (2-tailed)* yaitu 0,0 ($0 < 0,05$), maka H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa taraf nyata $\alpha = 5\%$ terdapat perbedaan peningkatan kemampuan representasi antara kelas

eksperimen yang melaksanakan pembelajaran menggunakan model *Think Pair Share* dengan kelas kontrol yang melaksanakan pembelajaran konvensional.

Berdasarkan hasil persentase tiap item pernyataan pada angket respons siswa terhadap pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* diperoleh rata-rata respons siswa sebesar 78,21% dengan kriteria kuat. Artinya siswa merespons positif pembelajaran dengan menggunakan model kooperatif tipe *Think Pair Share*.

DAFTAR PUSTAKA

- Afgani, J. 2011. *Analisis Kurikulum Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka
- Arikunto, S. 2010. *Prosedur Penelitian*. Yogyakarta: Rineka Cipta.
- Besral. 2010. *Pengolahan dan Analisa Data Menggunakan SPSS*. Depok: Modul Perkuliahan FKM UI.
- Fitriyani G, D. (2012). *Meningkatkan Kemampuan Representasi siswa Melalui Pendekatan Open-Ended Dalam Pembelajaran Matematika Siswa SMA*. UPI. Repository.upi.edu.
- Imelda D, C. (2012). *Efektifitas Model Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa*. Skripsi pada FKIP Unswagati. Tidak diterbitkan.
- Meltzer. 2002. *Gain Ternormalisasi*. [online]. Tersedia : <http://www.docstoc.com/docs/68059517/normalitas-homogenitasuji->

tvaliditas-reliabilitasigain. [30 Mei 2013].

NCTM 2000, *Representasi* [online]. Tersedia di [http:// www.docstoc.com/docs/68059517/mormalitas-homogenitasuji-tvaliditas-reliabilitasigain](http://www.docstoc.com/docs/68059517/mormalitas-homogenitasuji-tvaliditas-reliabilitasigain). [24 April 2013].

Riduwan.(2009). *Belajar Mudah Penelitian untuk Guru-Karyawan dan Peneliti Pemula*.Bandung : Alfabeta.

Suyatno.(2009). *Menjelajah Pembelajaran Inovatif*.Sidoarjo: Masmedia Buana Pustaka.

Trianto.(2011). *Panduan Lengkap Penelitian Tindakan Kelas*. Surabaya: Prestasi Pustakaraya.

Wahyudin.(2008). *Pembelajaran dan Model-model Pembelajaran Pelengkap untuk Meningkatkan Kompetensi Pedagogis Para Guru dan Calon Guru Profesional*.Jakarta: Ipa Abong

Analisis Kestabilan Titik Tetap Model Tiga Spesies Ikan

Wahyu Hartono

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSWAGATI

Jl. Perjuangan No 1 Cirebon, wahyuhartono81@gmail.com

ABSTRAK

Permasalahan kebijakan pemanenan ikan yang memberikan keuntungan maksimum dan berkelanjutan (tidak terjadi kepunahan dari populasi ikan yang dipanen) adalah hal yang sangat penting bagi industri perikanan. Para ilmuwan berusaha menyelesaikan permasalahan tersebut dengan berbagai cara, salah satunya adalah dengan memodelkan permasalahan tersebut secara matematis kemudian menyelesaikannya dengan menggunakan metode yang sesuai untuk model tersebut.

Dalam tulisan ini, model matematika diajukan dan dianalisis untuk mempelajari kedinamikan sistem satu-mangsa dua-pemangsa dari tiga spesies ikan dengan pemanenan terhadap kedua pemangsa oleh para nelayan. Kriteria kestabilan global untuk titik ekuilibrium positif diperoleh dengan metode Lyapunov. Akhirnya, simulasi komputer ditampilkan untuk menyelidiki kedinamikan dari sistem dengan memberikan nilai parameter-parameter sistemnya.

Perilaku global dari sistem telah dibuktikan secara detail dengan menggunakan fungsi Lyapunov dan beberapa batasan parameter. Sistem interaksi tiga spesies ikan seperti yang dimodelkan pada tulisan ini bersifat stabil asimtotik global pada beberapa wilayah parameter.

Kata Kunci : Model Matematika, Stabil Global, Metode Lyapunov.

ABSTRACT

The problem of fish harvest policy which give maximum profit and continuity (the fish population extinction is not happen) is an important things for the fishery industries. Many scientists try to solve this problem with many ways and one of them is to make a mathematical model and then solve the model with appropriate method.

In this paper, a mathematical model is proposed and analysed to study the dynamics of one-prey two-predators system with harvesting toward the predators by the fisherman. Criteria for global stability of the positive equilibria are obtained by the Lyapunov method. Finally, computer simulations are performed to investigate the dynamics of the system by choosing the value of the system's parameters.

The global behavior of the system has been proved by suitable Lyapunov function that has been constructed, and assuming some parametric restrictions. It has been found that the system is globally asymptotically stable in certain parametric regions.

Key Word : Mathematical Model, Global Stability, Lyapunov Method.

Pendahuluan

Permasalahan kebijakan pemanenan ikan yang memberikan keuntungan maksimum dan berkelanjutan (tidak terjadi kepunahan dari populasi ikan yang dipanen) adalah hal yang sangat penting bagi industri perikanan. Para ilmuwan berusaha menyelesaikan permasalahan tersebut dengan berbagai cara, salah satunya adalah dengan memodelkannya secara matematis kemudian menyelesaikannya menggunakan metode yang sesuai untuk model tersebut. Dalam tulisan ini akan dipelajari dinamika populasi dari model pertumbuhan dua spesies ikan yang berkompetisi yang bergantung tidak hanya pada sumberdaya eksternal tetapi juga bergantung pada spesies ketiga, yaitu sumberdaya yang dapat memperbaharui dirinya sendiri. Selain itu, pertumbuhan dari dua spesies ikan yang berkompetisi juga dipengaruhi oleh usaha pemanenan terhadap kedua spesies ikan tersebut. Karya ilmiah ini merupakan rekonstruksi dari tulisan Chattopadhyay dan kawan-kawan yang berjudul *A resource based competitive system in three species fishery*.

Tujuan penulisan karya ilmiah ini adalah

1. melakukan analisis kestabilan titik tetap,

2. mengamati dinamika populasi ikan.

Beberapa landasan teori yang dibahas pada karya ilmiah ini meliputi sistem persamaan diferensial (SPD), titik tetap, pelinearan serta konsep kestabilan, yang disarikan dari berbagai sumber pustaka.

Definisi 1. (SPD Mandiri)

Misalkan suatu sistem persamaan diferensial (SPD) dinyatakan sebagai

$$\frac{dx}{dt} = x = f(x), x \in \mathbb{R}^n$$

dengan f fungsi kotinu dari x dan mempunyai turunan parsial kontinu. SPD tersebut disebut sistem persamaan diferensial mandiri jika tidak mengandung t secara eksplisit di dalamnya. (Kreyszig, 1983)

Definisi 2. (SPD Linear Orde Satu)

Jika suatu sistem persamaan diferensial (SPD) dinyatakan sebagai

$$x = Ax + b, \quad x(0) = x_0, \quad x \in \mathbb{R}^n$$

Dengan A adalah matriks koefisien berukuran $n \times n$, maka sistem tersebut dinamakan SPD linear orde 1 dengan kondisi awal $x(0) = x_0$. Sistem disebut homogen jika $b = 0$ dan takhomogen jika $b \neq 0$. (Fisher, 1990)

Definisi 3. (Vektor Eigen dan Nilai Eigen)

Jika A adalah suatu matriks $n \times n$, maka vektor tak nol x pada $\mathbb{R}^n$ disebut suatu vektor eigen dari A jika Ax adalah suatu penggandaan skalar dari x ; yaitu,

$$Ax = \lambda x$$

untuk suatu skalar λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari A , dan x disebut suatu vektor eigen dari A yang berpadanan dengan λ . (Anton, 2000)

Untuk mencari nilai λ dari matriks A , maka persamaan dapat ditulis kembali sebagai

$$(A - \lambda I)x = 0$$

dengan I matriks identitas. Persamaan di atas mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika $p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = |A - \lambda I| = 0$.

Persamaan disebut persamaan karakteristik dari matriks A . (Anton, 2000)

Definisi 4. (Titik Tetap dan Titik Biasa)

Misalkan diberikan SPD taklinear berikut

$$x = f(x): U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

Titik x^* dengan $f(x^*) = 0$ disebut titik kritis atau titik tetap atau titik keseimbangan.

Titik x pada bidang fase yang bukan titik tetap, yaitu $f(\bar{x}) \neq 0$, disebut titik biasa atau titik *regular*. (Tu, 1994)

Teorema Pelinearan dari Hartman & Grobman

Misalkan sistem dinamik taklinear $x = f(x)$ mempunyai titik tetap *simple hyperbolic* x^* , dan misalkan titik tetap tersebut berada pada $(0,0)$ untuk penyederhanaan, maka pada U di sekitar $x \in \mathbb{R}^n$, bidang fase dari sistem taklinear dan sistem hasil pelinearannya adalah ekuivalen. (Tu, 1994)

Misalkan $\lambda_j = \alpha_j \pm i\beta_j$ adalah nilai eigen dari matriks Jacobi A dengan $Re(\lambda_j) = \alpha_j$ dan $Im(\lambda_j) = \beta_j$. Kestabilan titik tetap *simple hyperbolic* mempunyai beberapa perilaku sebagai berikut:

1. Stabil *Attractor*, jika :
 - a. $Re(\lambda_j) = \alpha_j < 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ untuk setiap $j = 1, 2, 3$.
 - b. Terdapat $Re(\lambda_j) = \alpha_j < 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k < 0$ dengan $Im(\lambda_k) \neq 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$.
2. Takstabil *Repellor*, jika:
 - a. $Re(\lambda_j) = \alpha_j > 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ untuk setiap $j = 1, 2, 3$.
 - b. Terdapat $Re(\lambda_j) = \alpha_j > 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k > 0$ dengan $Im(\lambda_k) \neq 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$.
3. Titik Sadel
 - a. $Re(\lambda_j) = \alpha_j > 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k < 0$ dengan $Im(\lambda_k) \neq 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$
 - b. Terdapat $Re(\lambda_j) = \alpha_j > 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k < 0$ dengan $Im(\lambda_k) = 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$.
 - c. Terdapat $Re(\lambda_j) = \alpha_j < 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k > 0$

dengan $Im(\lambda_k) \neq 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$.

- d. Terdapat $Re(\lambda_j) = \alpha_j < 0$ dengan $Im(\lambda_j) = 0$ dan $Re(\lambda_k) = \alpha_k > 0$ dengan $Im(\lambda_k) = 0$ untuk $j = 1, 2, 3$ dan $j \neq k$.

Definisi Matriks Definit Positif

Suatu matriks simetriks real A disebut definit positif jika $\mathbf{x}^T A \mathbf{x} > 0$ untuk semua $\mathbf{x}$ tak nol dalam $\mathbb{R}^n$. (Leon, 2001)

Teorema

Misalkan A adalah matriks simetrik real berorde $n \times n$. Maka A adalah definit positif jika dan hanya jika semua nilai-nilai eigennya adalah positif. (Leon, 2001)

Definisi Fungsi Liapunov

Suatu fungsi bernilai real dan terturunkan $V(\mathbf{x})$ pada titik $\mathbf{x}$ di sekitar $\bar{\mathbf{x}}$, untuk penyederhanaan misalkan $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, sedemikian sehingga $V(\mathbf{x}) \geq 0$, $V(\mathbf{0}) = 0$ yaitu $V(\mathbf{x}) = 0$ jika dan hanya jika $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} (= \mathbf{0})$, disebut fungsi Liapunov. (Tu, 1994)

Definisi Fungsi Definit Positif/Negatif dan Semidefinit Positif/Negatif

Misalkan $V(\mathbf{x})$ adalah fungsi bernilai real dengan $\mathbf{x}$ adalah $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. $V(\mathbf{x})$ adalah definit positif (negatif) pada daerah S

di sekitar titik asal jika $V(\mathbf{x}) > 0$ ($V(\mathbf{x}) < 0$) untuk semua $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ pada S , dan $V(\mathbf{0}) = 0$.

$V(\mathbf{x})$ adalah semidefinit positif (negatif) pada daerah S di sekitar titik asal jika $V(\mathbf{x}) \geq 0$ ($V(\mathbf{x}) \leq 0$) untuk semua $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ pada S , dan $V(\mathbf{0}) = 0$. (Smith, 1987)

Metode Penelitian

Metode penulisan karya ilmiah ini adalah studi literatur. Tahap pertama penelitian adalah merekonstruksi model yang sesuai dengan permasalahan, kemudian dilakukan analisis kestabilan titik tetap terhadap model tersebut. Simulasi komputer ditampilkan untuk menyelidiki kedinamikan dari sistem dengan memberikan nilai parameter-parameter sistemnya.

Hasil dan Pembahasan

Model satu mangsa dua pemangsa dengan dua pemangsa terjadi hubungan kompetisi dapat disusun menjadi suatu sistem persamaan diferensial taklinear sebagai persamaan 1 berikut:

$$\frac{dx}{dt} = px \left(1 - \frac{x}{K}\right) - axy - bxz$$

$$\frac{dy}{dt} = qy \left(1 - \frac{y}{L}\right) + cxy - dyz - vUy$$

$$\frac{dz}{dt} = rz \left(1 - \frac{z}{M}\right) + ezx - fzy - wUz$$

dengan

$$\frac{dx}{dt} = \text{laju pertumbuhan individu mangsa,}$$

$\frac{dy}{dt}$ = laju pertumbuhan individu pemangsa I

$\frac{dz}{dt}$ = laju pertumbuhan individu pemangsa II,

parameter p merupakan laju pertumbuhan intrinsik yang berhubungan dengan kelahiran dan kematian alami populasi, q adalah laju intrinsik populasi y , r adalah laju pertumbuhan intrinsik yang berhubungan dengan kelahiran dan kematian alami populasi, x adalah banyaknya individu mangsa pada waktu t , K menyatakan daya muat lingkungan (*carrying capacity*) yang menyatakan kapasitas maksimum populasi x dalam lingkungan tersebut. L menyatakan daya muat lingkungan (*carrying capacity*) yang menyatakan kapasitas maksimum populasi y dalam lingkungan tersebut. M menyatakan daya muat lingkungan (*carrying capacity*) yang menyatakan kapasitas maksimum populasi z dalam lingkungan tersebut, a adalah besarnya laju pemangsaan dari pemangsa I, y adalah banyaknya individu pemangsa I, b adalah besarnya laju pemangsaan dari pemangsa II, c adalah faktor konversi yang menetapkan banyaknya pemangsa I baru yang dilahirkan untuk tiap mangsa yang ditangkap dan z adalah banyaknya individu pemangsa II. U adalah usaha penangkapan yang dilakukan oleh para nelayan, v adalah koefisien ketertangkapan pemangsa I, e adalah faktor konversi yang menyatakan banyaknya

pemangsa II baru yang dilahirkan untuk tiap mangsa yang ditangkap, w adalah koefisien ketertangkapan pemangsa II, f adalah laju pertumbuhan per kapita dari populasi x terkait penambahan satu individu dari populasi z , d adalah laju pertumbuhan per kapita dari populasi y terkait penambahan satu individu dari populasi z .

$K, L, M > 0, p, q, r > 0, 0 \leq U \leq U_{maks}$,

$0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1, 0 < d < 1$

$0 < e < 1, 0 < f < 1, 0 < v < 1, 0 < w < 1$

dan $0 < x < 1$.

Pada persamaan 1, dilakukan analisis kestabilan dari tiap titik tetapnya. Sebagai langkah awal akan ditentukan titik tetapnya, kemudian sistem ini akan dilinearkan dengan mengonstruksi matriks jacobinya dan selanjutnya menganalisis kestabilannya dengan memeriksa nilai eigen. Akhirnya didapat titik tetap sebagai berikut.

$$E_0 = (0,0,0)$$

$$E_1 = (x_1, 0, 0)$$

$$E_2 = (x_2, y_2, 0)$$

$$E_3 = (x_3, 0, z_3)$$

$$E_4 = (x_4, y_4, z_4)$$

$$E_5 = (0, y_5, 0)$$

$$E_6 = (0, y_6, z_6)$$

$$E_7 = (0, 0, z_7)$$

dengan

$$x_1 = K$$

$$x_2 = \frac{K(pq + aL(-q + Uv))}{acKL + pq}$$

$$y_2 = \frac{Lp(cK + q - Uv)}{acKL + pq}$$

$$x_3 = \frac{K(pr + bM(-r + Uw))}{beKM + pr}$$

$$z_3 = \frac{Mp9eK + r - Uw}{beKM + pr}$$

$$x_4 = \frac{K(r(-aLq + pq + aLUv) - dLM(fp - ar + aUw) + bM(-qr + fL(q - Uv) + qUw))}{-LM(adeK + bcfK + dfp) + beKMq + (acKL + pq)r}$$

$$y_4 = \frac{L(pr(cK + q - Uv) - dMp(eK + r - Uw) + bKM(eq - cr - eUv + cUw))}{-LM(adeK + bcfK + dfp) + beKMq + (acKL + pq)r}$$

$$z_4 = \frac{M(aeKL(q - Uv) + cKL(fp - ar + aUw) - p(eKq - fLq + qr + fLUv - qUw))}{M(adeK + dfp + bK(cfL - eq)) - (acKL + pq)r}$$

$$y_5 = L - \frac{LvU}{q}$$

$$y_6 = \frac{L(-qr + rUv + dM(r - Uw))}{dfLM - qr}$$

$$z_6 = \frac{M(fL(q - Uv) + q(-r - Uw))}{dfLM - qr}$$

$$z_7 = M - \frac{MUw}{r}$$

Karena dari asumsi $p > 0$ maka $\lambda_1 > 0$ sehingga titik tetap E_0 bersifat tidak stabil.

Titik tetap E_1 bersifat stabil jika

$$U > \max \left\{ \frac{cK + q}{v}, \frac{eK + r}{w} \right\}$$

Titik tetap E_2 bersifat stabil jika

$$U > \frac{eKpq + (acKL + pq)r - cfpKL - aeKL - fpqL}{w(acKL + pq) - v(aeKL + fpL)}$$

dengan $w(acKL + pq) - v(aeKL + fpL) > 0$

Titik tetap E_3 bersifat stabil jika

$$U > \frac{q(beKM + pr) + cKpr - M(bcrK + depK + dpr)}{v(beKM + pr) - Mw(bcK - dp)}$$

dengan $v(beKM + pr) - Mw(bcK - dp) > 0$

Dengan cara yang sama yaitu memeriksa nilai-nilai eigen, maka titik tetap E_5, E_6, E_7 dapat ditentukan.

Teorema 1 (Chattopadhyay et al., 1996)

Titik tetap interior E_4 adalah stabil global asimtotik jika

- i. $a = c, b = e$
- ii. $\frac{4rq}{LM} > (d + f)^2$

Bukti:

Pilih fungsi Liapunov

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &= V_1(x) + V_2(y) + V_3(z) \\ &= (x - x^*) - x^* \ln\left(\frac{x}{x^*}\right) \\ &\quad + (y - y^*) - y^* \ln\left(\frac{y}{y^*}\right) \\ &\quad + (z - z^*) - z^* \ln\left(\frac{z}{z^*}\right) \end{aligned}$$

Dengan $x, y, z > 0$ dan x^*, y^*, z^* adalah konstanta positif.

Untuk $x = x^*, y = y^*, z = z^*$ maka $V(x, y, z)$ adalah nol. Untuk $(x, y, z) > 0$ akan ditunjukkan:

- i. Jika $x > x^*, y > y^*, z > z^*$ maka $V(x, y, z)$ adalah positif.
- ii. Jika $x < x^*, y < y^*, z < z^*$ maka $V(x, y, z)$ adalah positif.

Dengan kata lain, akan ditunjukkan $V(x, y, z)$ adalah fungsi definit positif untuk $(x, y, z) \neq (x^*, y^*, z^*)$.

- i. Untuk $x > x^*$. Misalkan terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga $x = x^* + \varepsilon$.

$$V_1(x^* + \varepsilon) = (x - x^*) - x^* \ln\left(\frac{x}{x^*}\right)$$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon - x^* \ln\left(\frac{x^* + \varepsilon}{x^*}\right) \\ &= \varepsilon - x^* \ln\left(1 + \frac{\varepsilon}{x^*}\right) \end{aligned}$$

Jika kedua ruas dibagi dengan x^* , diperoleh

$$\frac{V_1(x^* + \varepsilon)}{x^*} = \frac{\varepsilon}{x^*} - \ln\left(1 + \frac{\varepsilon}{x^*}\right)$$

Misalkan $p = \frac{\varepsilon}{x^*}$ maka $p > 0$ sehingga

$$\frac{V_1(x^* + \varepsilon)}{x^*} = p - \ln(1 + p).$$

Akan dibuktikan bahwa

$$\begin{aligned} \frac{V_1(x^* + \varepsilon)}{x^*} > 0 &\Leftrightarrow p > \ln(1 + p) \\ &\Leftrightarrow e^p > \ln(1 + p) \\ &\Leftrightarrow e^p - p - 1 > 0 \end{aligned}$$

Bukti:

Misalkan $f(p) = e^p - p - 1$ maka akan ditunjukkan $f(p) > 0$. $f'(p) = e^p - 1$. Karena $p > 0$, maka $e^p > 1$, sehingga $f'(p) > 0$. Dari teorema, $f(p)$ merupakan fungsi naik untuk $p > 0$, sehingga $f(p) > f(0)$ jika dan hanya jika

$e^p - p - 1 > e^0 - 0 - 1$, jika $p > 0$. Ini berarti $\frac{V_1(x^* + \varepsilon)}{x^*} > 0$. Akibatnya $V_1(x) > 0$.

Dengan cara yang sama dapat ditunjukkan bahwa $V_2(y) > 0$ dan $V_3(z) > 0$ untuk $y > y^*, z > z^*$.

- ii. Untuk $x < x^*$. Misalkan terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga $x = x^* - \varepsilon$.

$$\begin{aligned} V_1(x^* - \varepsilon) &= (x^* - \varepsilon - x^*) \\ &\quad - x^* \ln\left(\frac{x^* - \varepsilon}{x^*}\right) \end{aligned}$$

$$= -\varepsilon - x^* \ln(1 - \frac{\varepsilon}{x^*})$$

Jika kedua ruas dibagi dengan x^* diperoleh

$$\frac{V_1(x^* - \varepsilon)}{x^*} = -\frac{\varepsilon}{x^*} - \ln(1 - \frac{\varepsilon}{x^*}).$$

Misalkan $p = \frac{\varepsilon}{x^*}$ maka $p > 0$ sehingga

$$\frac{V_1(x^* - \varepsilon)}{x^*} = -p - \ln(1 - p).$$

Fungsi $\ln(1 - p)$ terdefinisi jika $1 - p > 0 \Leftrightarrow p < 1$. Karena $p > 0$, maka $0 < p < 1$. Akan dibuktikan bahwa

$$\begin{aligned} \frac{V_1(x^* - \varepsilon)}{x^*} > 0 &\Leftrightarrow -p > \ln(1 - p) \\ &\Leftrightarrow e^p > 1 - p \\ &\Leftrightarrow e^p - p - 1 > 0 \end{aligned}$$

Bukti.

Misalkan $f(p) = e^{-p} + p - 1$ maka akan ditunjukkan $f(p) > 0$. $f'(p) = -e^{-p} + 1$. Nilai $e^{-p} < 1$, untuk $p > 0$ akibatnya $f'(p) > 0$ untuk $0 < p < 1$. Dari teorema, $f(p)$ merupakan fungsi naik untuk $0 < p < 1$, sehingga $f(p) > f(0)$ jika dan hanya jika

$$e^p + p - 1 > e^0 + 0 - 1 \Leftrightarrow e^p > 1 - p.$$

Ini berarti jika $p > 0$. Ini berarti $\frac{V_1(x^* - \varepsilon)}{x^*} > 0$. Akibatnya $V_1(x) > 0$. Dengan cara yang sama dapat ditunjukkan bahwa $V_2(y) > 0$ dan $V_3(z) > 0$ untuk $y < y^*, z < z^*$.

Dari (i) dan (ii) terbukti bahwa $V(x, y, z) > 0$ untuk $x, y, z > 0$ dengan

x^*, y^*, z^* adalah konstanta positif, sehingga $V(x, y, z)$ adalah fungsi definit positif.

Berikut ini diberikan contoh titik-titik tetap sistem persamaan diferensial (1) beserta kestabilannya. Misalkan nilai-nilai parameter yang diberikan:

$$\begin{aligned} p &= 2.5, q = 2, r = 2.5, K = 350000, \\ L &= 220000, M = 225000, a = \\ &2.5 \times 10^{-6}, b = 1.2 \times 10^{-6}, c = 2.5 \times 10^{-6}, \\ d &= 1.55 \times 10^{-5}, e = 1.2 \times 10^{-6}, \\ f &= 3.75 \times 10^{-6}, v = 1.47 \times 10^{-4}, \\ w &= 2.57 \times 10^{-4}, \text{ yang memenuhi syarat} \end{aligned}$$

Teorema 1, maka kestabilan titik-titik tetapnya adalah:

1. $E_0\{0,0,0\}$ tak stabil (repellor),
2. $E_1\{350000,0,0\}$ tak stabil (titik sadel),
3. $E_2\{291154.,168130.,0\}$ tak stabil (titik sadel),
4. $E_3\{337777.,0,72753.7\}$ tak stabil (titik sadel),
5. $E_4\{301407.,126253.,26215,4\}$ tak stabil (titik sadel),
6. $E_5\{0,88062.9,0\}$ tak stabil (titik sadel),
7. $E_6\{0,61748.9,15433.5\}$ tak stabil (titik sadel),
8. $E_7\{0,0,36273.7\}$ tak stabil (titik sadel).

Kesimpulan

Dengan mengonstruksi fungsi Liapunov yang sesuai dan membuat beberapa batasan parameter, sistem interaksi tiga spesies ikan dengan dua spesies yang saling berkompetisi seperti yang dimodelkan pada karya ilmiah ini bersifat stabil asimtotik global pada beberapa wilayah parameter.

Pustaka

Anton, H. 2000. *Dasar-dasar Aljabar Linear*. Jilid 2. Terjemahan Hari Suminto. Interaksara, Batam.

Chattopadhyay, J., Mukhopadhyay, A., and Tapaswi, P. K. 1996. A resource based competitive system in three species fishery. *Nonlinear Studies* 3(1):73-84.

Fisher, S.D. 1990. *Complex Variables*. Second Edition. Wadsworth & Brooks/Cole Books & Software, Pacific Grove. California.

Kreyszig, E. 1983. *Advanced Engineering Mathematics*. Fifth Edition. John Wiley and Sons. New York.

Leon, T.J. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. Edisi ke-5. Terjemahan Alit Bondan. Erlangga, Jakarta.

Smith, P. 1987. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Clarendon Press. Oxford.

Tu, P. N. V. 1994. *Dynamical Systems : An Introduction with Applications in Economics and Biology*. Second Revised and Enlarged Edition. Springer Verlag. Berlin.

Pembelajaran Matematika Konsep Aljabar Terhadap Siswa Kelas VII SLTP Melalui Website Interaktif

Dede Trie Kurniawan^a, Lia Marliani^b

^aProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP Unswagati Cirebon
Jl. Perjuangan No. 1 Cierebon, dhe3kurniawan@gmail.com

^bProgram Studi Pendidikan Matematika FKIP Unswagati Cirebon
Jl. Perjuangan No. 1 Cierebon

ABSTRAK

Matematika merupakan ilmu yang abstrak dan sulit dibayangkan. Sudah sering kita dengar bahwa banyak terjadi kesulitan dalam mempelajari matematika. Mulai dari rumus-rumus yang sulit dihafalkan, menggambarkan sebuah grafik, dan menghitung angka-angka yang rumit. Beberapa upaya telah dilakukan untuk mengurangi kesulitan pembelajaran matematika yang salah satunya adalah dengan mengembangkan media pembelajaran untuk masing-masing materi pelajaran matematika. Pemilihan website sebagai media pembelajaran didasarkan oleh kemudahan mengakses informasi melalui internet, baik melalui perangkat keras portable (personal computer) maupun perangkat keras *movable* (laptop, PDA, atau handphone), dan dapat dilakukan dimana saja, kapan saja, serta oleh siapa saja, termasuk oleh siswa.

Kata Kunci : *Pembelajaran Matematika, Media Pembelajaran, website Interaktif*

Pendahuluan

Salah satu unsur pokok dalam pembelajaran matematika termasuk di SMP adalah matematika itu sendiri. Seorang guru di SMP yang tentunya akan mengajarkan matematika kepada para siswanya, haruslah mengetahui objek yang akan diajarkannya, yaitu matematika. Matematika sebagai ilmu dasar, dewasa ini telah berkembang dengan amat pesat, baik materi maupun kegunaannya. Sehingga dalam pembelajarannya di sekolah harus memperhatikan perkembangan perkembangannya, baik di masa lalu, masa

sekarang maupun kemungkinan-kemungkinan di masa mendatang.

Matematika merupakan ilmu yang abstrak dan sulit dibayangkan. Sudah sering kita dengar bahwa banyak terjadi kesulitan dalam mempelajari matematika. Mulai dari rumus-rumus yang sulit dihafalkan, menggambarkan sebuah grafik, dan menghitung angka-angka yang rumit. Ditambah lagi dengan cara mengajar guru yang membosankan membuat peminat matematika semakin sedikit. Matematika sebagai ilmu dasar merupakan suatu alasan pembelajaran matematika dikemas sebaik

mungkin agar mudah dipahami siswa. Siswa diharapkan dapat memahami hubungan matematika dengan berbagai bidang ilmu lain.

Di lain pihak, perkembangan teknologi informasi dan komunikasi yang sangat pesat, terutama teknologi internet mempengaruhi semua aspek kehidupan. Teknologi internet menjadi teknologi tepat guna dengan fasilitas seperti sumber informasi dan data yang dapat diakses secara cepat, berkomunikasi dengan cepat tanpa batasan jarak, bahkan memberikan kemudahan bertransaksi dan berbisnis dalam bidang perdagangan sehingga tidak perlu pergi menuju ke tempat penjualan. Internet menjadi pusat layanan penting termasuk dalam bidang pendidikan. Teknologi internet dapat dijadikan sumber belajar dan media pembelajaran. Pemanfaatan teknologi internet dalam pembelajaran belum optimal. Hal ini terlihat, masih sedikitnya sekolah yang telah memanfaatkan internet sebagai media pembelajaran, padahal sekolah tersebut telah memiliki jaringan internet. Kondisi ini disebabkan kebanyakan guru belum menguasai teknologi internet.

Disisi lain, belum optimalnya pemanfaatan internet untuk proses pembelajaran ini berdampak negatif terhadap siswa. Apalagi dengan banyaknya jejaring sosial diinternet seperti facebook ,friendster,

twitter yang sangat diminati oleh siswa yang dapat diakses melalui komputer, laptop maupun handphone kapan saja dan di mana saja. Kegiatan tersebut tidak lagi menjadi rutinitas tetapi menjadi kebutuhan siswa.

Sebuah inovasi pembelajaran matematika dengan memanfaatkan teknologi komputer dan internet akan memberikan suasana berbeda terhadap persepsi siswa terhadap pembelajaran matematika. Perpaduan matematika dengan teknologi komputer dan internet akan menggeser pembelajaran matematika yang monoton menjadi pembelajaran yang variatif. Pembelajaran matematika yang membosankan menjadi pembelajaran yang menyenangkan. Pembelajaran yang cenderung terpusat pada guru menjadi pembelajaran yang interaktif.

Pembelajaran matematika memanfaatkan komputer dan internet yang lebih dikenal dengan berbasis web merupakan wujud dari pembelajaran e-learning (electronic Learning). Pembelajaran matematika berbasis web akan mempunyai kelebihan yang dapat memberikan fleksibilitas, interaktifitas, kecepatan dan visualisasi dalam proses pembelajaran. Pembelajaran yang melibatkan semua indra siswa membuat pembelajaran menjadi bermakna karena siswa berinteraksi dengan sumber dan media belajar.

Pembahasan

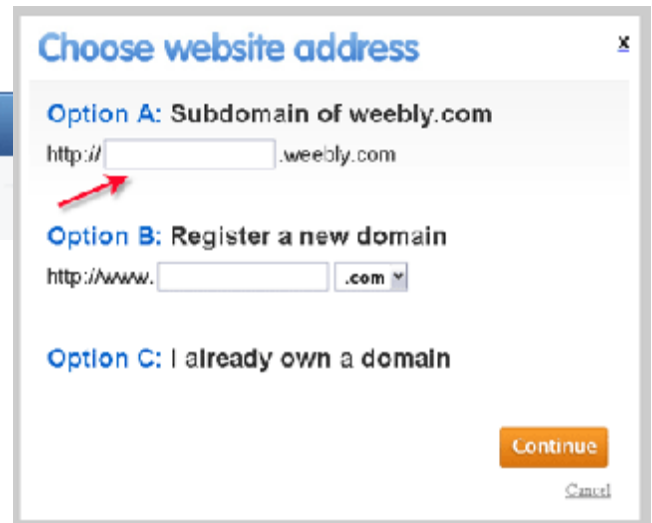
Ada beberapa macam media website yang bisa digunakan dalam membuat media pembelajaran berbasis web interaktif, diantaranya adalah blogspot, wordpress, dan weebly. Disini kita akan membahas cara membuat website dengan menggunakan weebly. Melalui Weebly, website dapat dengan mudah dibangun dengan cara drag and drop, template gratisnya cukup banyak, bisa edit HTML dan CSS sehingga sangat mudah dipraktekan oleh pemula yang belum pernah membuat website sekalipun. Nama domain pada website yang telah dibuat melalui Weebly ini nantinya akan seperti ini `www.namadomain.weebly.com`, tetapi tentu saja embel-embel weebly-nya bisa dihilangkan dengan cara “upgrade to pro”. Tidak perlu kemampuan khusus HTML, CSS, PHP, Script, dll. Cukup submit theme Anda yang telah didesain dengan Photoshop.

Langkah-langkah membuat website dengan Weebly.

1. Kunjungi *weebly.com*
2. Log in dengan user name dan password Anda, kalau belum punya silahkan daftar (sign up) terlebih dahulu.
3. Klik create a site, tulis title website Anda kemudian klik continue

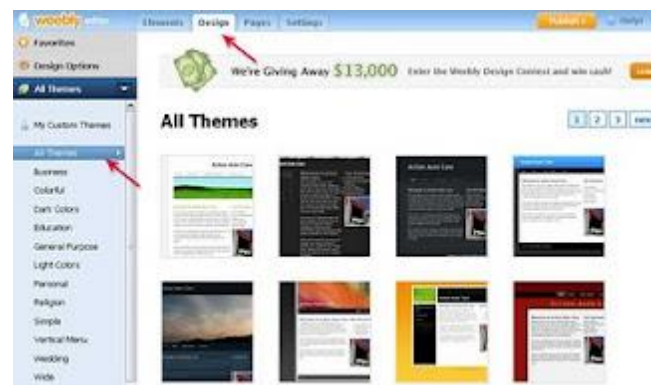
Gambar 1. Home dari weebly

4. Tulis alamat website Anda, misalnya pada option A untuk yang gratis dan option B untuk yang berbayar kemudian klik *continue*.



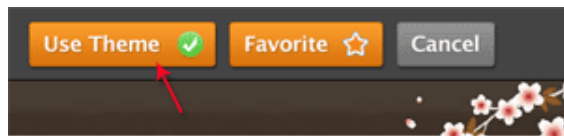
Gambar 2. Pemilihan domain website

5. Klik design untuk memilih template atau klik *all theme* untuk melihat semua template. Pilih salah satu template yang cocok atau bisa di-preview terlebih dahulu.



Gambar 3. Tema yang ada di weebly

6. Klik *use theme*



Gambar 4. Cara memilih tema

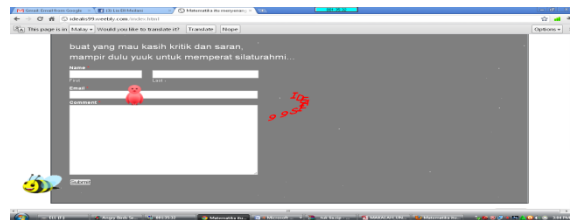
7. Selanjutnya Anda bisa melakukan penambahan atau pengeditan sidebar dan elemen yang lain pada menu di atas (element, design, pages, dan setting)



Gambar 5. Menu yang ada di weebly

9. Anda bisa membuat contact form, adsense, merubah kolom, upload gambar, edit HTML, multimedia, dan banyak lagi. Dan pada setting Anda bisa melakukan optimasi SEO, E-commerce dan lain-lain.

Contoh tampilan website interaktif (www.ideal99.weebly.com) :



Gambar 6. Home dari idealis99.weebly.com

Keterangan tampilan:

1. Home, berisikan pengenalan tentang matematika
2. Profil, berisikan tentang profil dari yang mempunyai website tersebut
3. Materi, berisikan materi mengenai konsep aljabar untuk siswa kelas VII
4. Kumpulan soal dan penyelesaian, berisikan beberapa kumpulan soal beserta penyelesaian mengenai materi yang terkait.
5. Latihan, berisikan beberapa latihan tentang materi yang tersedia
6. Video, berisikan video tentang pembelajaran matematika yang bisa didownload.

Kesimpulan

Ada beberapa konsep atau definisi media pendidikan atau media pembelajaran. Rossi dan Breidle (1966: 3) mengemukakan bahwa media pembelajaran adalah seluruh alat dan bahan yang dapat dipakai untuk

mencapai tujuan pendidikan seperti radio, televisi, buku, komputer, majalah, dan sebagainya.

Media pembelajaran banyak jenis dan macamnya. Dari yang paling sederhana dan murah hingga yang canggih dan mahal. Ada yang dapat dibuat oleh guru sendiri dan ada yang diproduksi oleh pabrik. Ada yang sudah tersedia di lingkungan untuk langsung dimanfaatkan dan ada yang sengaja dirancang oleh para ahlinya. Berbagai sudut pandang untuk menggolongkan jenis-jenis media. Menurut Henrich dkk, media diklasifikasikan menjadi media audio, media visual, dan media audio-visual.

Adapun pengaruh media website terhadap pembelajaran matematika antara lain: Siswa bisa lebih mahir mengoperasikan media internet, siswa bisa lebih lama mempelajari materi pembelajaran karena bisa diakses di rumah, siswa memiliki kemandirian untuk belajar secara mandiri karena media website tersebut bisa membimbing siswa dalam proses belajar tanpa adanya guru dan materi yang tersedia di website tersebut sudah terstruktur secara sistematis, Adapun manfaat website dalam pembelajaran matematika antara lain :

- a. Tersedianya fasilitas e-moderating di mana guru dan siswa dapat berkomunikasi secara mudah melalui fasilitas internet secara regular atau kapan saja kegiatan berkomunikasi itu dilakukan dengan tanpa dibatasi oleh jarak, tempat dan waktu.
- b. Guru dan siswa dapat menggunakan bahan ajar atau petunjuk belajar yang terstruktur dan terjadwal melalui internet, sehingga keduanya bisa saling menilai sampai berapa jauh bahan ajar dipelajari.
- c. Siswa dapat belajar atau me-review bahan ajar setiap saat dan di mana saja kalau diperlukan mengingat bahan ajar tersimpan di komputer.

Pustaka

- Aries Darmawan.2011. Manfaat e-learning. <http://elearning.smpn1purwodadi.sch.id/mod/forum/discuss.php?d=13>, diakses pada 14 maret 2012
- Anonim.2011. Media Pembelajaran. <http://matematikaipa.com/media-pembelajaran-pemanfaatanmedia-pembelajaran-macam-macam-media-pembelajaran/> diakses pada 15 maret 2012
- Anonim.2011. Macam-macam Media Pembelajaran, <http://gurukuansing.blogspot.com/2011/06/macam-macam-media-pembelajaran.html>, diakses 14 maret 2012
- Asmi yuriana dewi. 2009. “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika

Berbasis *Web* Di Kelas X Sman 1
Sijunjung” tesis pascasarjana tidak
diterbitkan, universitas negeri padang

Ragil tri astute. 2011. web based learning
<http://blog.um.ac.id/ragilterakhir/2011/12/11/web-based-learning/> diakses
15 maret 2012

Arsyad Azhar.1996. Media Pembelajaran,
Jakarta: Rajawali Pers